
TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI

Fakulta mechatroniky, informatiky a mezioborových studií

Studijní program: B3942 – Nanotechnologie

Studijní obor: 3942R002 – Nanomateriály

Rozvoj metod měření dvojlomu

Development of method for birefringence measurement

Bakalářská práce

Autor: **Roman Pulíček**

Vedoucí práce: doc. RNDr. Miroslav Šulc, Ph.D.

Konzultant: Ing. Štěpán Kunc

V Liberci 17. 5. 2013

Vložit originální zadání práce.

Prohlášení

Byl jsem seznámen s tím, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím bakalářské práce a konzultantem.

Datum

Podpis

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce panu doc. RNDr. Miroslavu Šulcovi, Ph.D. a konzultantovi bakalářské práce Ing. Štěpánu Kuncovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

Abstrakt

Tato práce se zabývá měřením dvojlomu s využitím zpětně odraženého světelného paprsku. Pro dosažení vyšší přesnosti měření, je využit elektrooptický modulátor, který zajišťuje amplitudovou modulaci procházejícího světelného paprsku. Pro výpočet polarizačního stavu světla byl využit Jonesův formalismus. Přesnost metody byla ověřena měřením kalibrovaného Solleil-Babinetova kompenzátoru a podle výsledků je metoda schopna měřit fázovou retardaci v řádu 10^{-3} rad . Metoda může být použita pro měření dvojlomu na optických prvcích, který vzniká díky materiálovému pnutí. Dále ji lze také využít pro měření dvojlomu materiálů v nepřístupných komorách.

Klíčová slova: dvojlom, elektrooptický modulátor, Jonesův formalismus, Stokesův formalismus, polarizace světla

Abstract

This thesis deals with the measuring of the birefringence using a backscattered light beam. In order to achieve the higher accuracy of the measurement the electro-optic modulator was used for the amplitude modulation of the light beam. To calculate the polarization state of the light the Jones formalism was used. The accuracy of the method was checked by measuring of calibrated Solleil-Babinet compensator and according to the results the method is able to measure the phase retardation in the order of 10^{-3} rad . The method can be used for the measurement of optical elements birefringence resulting from material residual stress. It can also be used for the measurement of the birefringence of materials located in the inaccessible chambers.

Keywords: birefringence, electro-optic modulator, Jones formalism, Stokes formalism, polarization of light

Obsah

Prohlášení	3
Poděkování	4
Abstrakt	5
Seznam obrázků	8
Seznam tabulek	9
Seznam použitých symbolů	10
1 Úvod	13
2 Polarizace světla	15
2.1 Eliptická polarizace	16
2.2 Kruhová polarizace	17
2.3 Lineární polarizace	18
3 Maticový popis polarizace	19
3.1 Jonesův formalismus	19
3.2 Stokesův formalismus	22
3.3 Mullerovy matice	25
4 Šíření světla v anizotropním prostředí	27
4.1 Tenzor permitivity	27
4.2 Dvojlom světla	28
4.3 Optická indikatrix	30
4.4 Kompenzátory	31
5 Elektrooptický modulátor	33
5.1 Pockelsův jev	33
5.2 Konstrukce elektrooptického modulátoru	33
5.3 Amplitudová modulace světla	34

6 Experimentální část	37
6.1 Výpočet polarizačního stavu světla	37
6.2 Použité přístroje	40
6.3 Popis metody měření	42
6.4 Kalibrace Solleil-Babinetova kompenzátoru	43
6.5 Měření parametrů elektrooptického modulátoru	45
6.6 Aparatura pro měření dvojlomu	47
6.7 Výsledky měření	48
7 Závěr	52
Literatura	53
Přílohy	55
Příložené CD	55

Seznam obrázků

2.1	Polarizační elipsa	17
2.2	Tvar polarizační elipsy v závislosti na fázovém rozdílu δ	18
4.1	Příklad dvojlohu v islandském vápenci [3]	29
4.2	Optická indikatrix	31
4.3	Solleil-Babinetův kompenzátor [7]	32
5.1	Příčná Pockelsova cela [9]	34
5.2	Schéma aparatury pro amplitudovou modulaci světla [9]	36
5.3	Pracovní křivka elektrooptického modulátoru [9]	36
6.1	Pracovní bod elektrooptického modulátoru [11]	42
6.2	Schéma aparatury pro kalibraci Solleil-Babinetova kompenzátoru	44
6.3	Schéma aparatury pro pro zjištění parametrů elektrooptického modulátoru	45
6.4	Závislost prošlé intenzity světla na napětí na Pocklesových celách při jednoduchém průchodu	46
6.5	Schéma aparatury pro pro zjištění parametrů elektrooptického modulátoru při zpětném průchodu	46
6.6	Závislost prošlé intenzity světla na napětí na Pocklesových celách při zpětném průchodu	47
6.7	Schéma měřicí aparatury	48
6.8	Fotografie měřicí aparatury	48
6.9	Závislost měřené fázové retardace na retardaci způsobené kompenzátozem	51

Seznam tabulek

3.1	Příklady Jonesových a Stokesových vektorů pro vybrané polarizační stavy	24
3.2	Mullerovy matice pro základní optické prvky	26
6.1	Použité přístroje a optické prvky	41
6.2	Naměřené a vypočtené hodnoty	50

Seznam použitých symbolů

\vec{B}	Vektor magnetické indukce
c	Rychlost světla
\vec{D}	Vektor elektrické indukce
$D_{x,y,z}$	Složky vektoru elektrické indukce
DOP	Stupeň polarizace (Degree of polarization)
\vec{E}	Vektor elektrické intenzity
$E_{x,y,z}$	Složky vektoru elektrické intenzity
\vec{E}_x	Vektor elektrické intenzity ve směru osy x
\vec{E}_y	Vektor elektrické intenzity ve směru osy y
\vec{e}_x	Jednotkový směrový vektor ve směru osy x
\vec{e}_y	Jednotkový směrový vektor ve směru osy y
E_{x0}	Amplituda elektrické intenzity ve směru osy x
E_{y0}	Amplituda elektrické intenzity ve směru osy y
\tilde{E}_x	Komplexní složka vektoru elektrické intenzity ve směru osy x
\tilde{E}_y	Komplexní složka vektoru elektrické intenzity ve směru osy y
\tilde{E}_x^*	Komplexně sdružená složka vektoru elektrické intenzity ve směru osy x
\tilde{E}_y^*	Komplexně sdružená složka vektoru elektrické intenzity ve směru osy y
f_m	Frekvence modulačního napětí
I	Intenzita světla
I_0	Vstupní intenzita světla
$I_{POL.}$	Intenzita polarizovaných složek světla
I_x	Intenzita polarizovaného světla v ose x
I_y	Intenzita polarizovaného světla v ose y
I_{45°	Intenzita polarizovaného světla pod úhlem 45° od osy x
I_{-45°	Intenzita polarizovaného světla pod úhlem -45° od osy x
I_R	Intenzita pravotočivě kruhově polarizovaného světla
I_L	Intenzita levotočivě kruhově polarizovaného světla
\vec{J}	Jonesův vektor
\vec{J}^\dagger	Hermitovsky sdružený Jonesův vektor
\vec{J}_1	Jonesův vektor světla do soustavy vstupujícího

\vec{J}_2	Jonesův vektor světla ze soustavy vystupujícího
k	Vlnové číslo
\vec{k}	Vlnový vektor
\mathbf{M}	Mullerova matice
n	Index lomu
n_e	Index lomu mimořádného paprsku
n_o	Index lomu řádného paprsku
$n_{1,2,3}$	Hlavní indexy lomu
\mathbf{R}	Transformační matice souřadnic
r	Pearsonův korelační koeficient
\mathbf{S}	Stokesův vektor
t	Čas
\mathbf{T}	Jonesova matice
T	Transmise
T_m	Perioda modulačního napětí
ω	Úhlová frekvence
ω_m	Úhlová frekvence modulačního napětí
v	Rychlost světla v daném prostředí
V_K	Kompenzační napětí
V_m	Modulační napětí
V_π	Půlvlnové napětí
$V_{\pi/2}$	Čtvrtvlnové napětí
X	Hodnota na displeji kompenzátoru
X_{CAL}	Kalibrační vzdálenost kompenzátoru
x, y, z	Souřadné osy
α	Úhel mezi hlavní poloosou elipsy a osou x
Γ	Retardační úhel
Γ_0	Retardační úhel při nulovém napětí
Γ_i	Retardační úhel způsobený napětím
Γ_m	Hloubka modulace
Γ_K	Retardační úhel způsobený kompenzačním napětím
Γ_X	Retardační úhel způsobený kompenzátozem

δ	Fázový rozdíl
δ_x	Počáteční fáze vlny v ose x
δ_y	Počáteční fáze vlny v ose y
ε	Tenzor permitivity
ε_0	Permitivita vakua
θ	Obecný úhel
λ	Vlnová délka
σ_{V_K}	Chyba při měření kompenzačního napětí
σ_X	Chyba nastavení hodnoty na kompenzátoru
σ_{V_π}	Chyba při měření půlvlnového napětí
σ_{Γ_K}	Chyba při výpočtu retardace způsobené kompenzačním napětím
σ_{Γ_X}	Chyba při výpočtu retardace nastavené na kompenzátoru
δ_x	Počáteční fáze vlny v ose x
δ_y	Počáteční fáze vlny v ose y
τ	Zpoždění

1 Úvod

Měření dvojlomu má velký význam v celé řadě aplikací sahajících od biologie až po optickou komunikaci. V medicínské oblasti lze pomocí dvojlomu změřit tloušťku vrstvy nervových vláken sítnice, což může vést k včasnému odhalení glaukomu nebo-li zeleného zákalu. U opticky transparentních krystalů používaných pro precizní optická měření dochází vlivem zbytkového pnutí ke vzniku slabého dvojlomu, což je nežádoucí. Toto pnutí může být způsobeno nehomogenními podmínkami při pěstování krystalů. Velikost takového dvojlomu je nutné znát s velkou přesností, aby nedocházelo k ovlivnění optických měření. Tento případ se netýká dvojlomných krystalů, u kterých vzniká dvojlom vlivem anizotropní struktury daného dvojlomného materiálu. U izotropních materiálů, jakými jsou např. taveniny oxidu křemičitého nebo plasty, které za běžných podmínek dvojlom nevykazují, dojde ke vzniku dvojlomu vlivem mechanického působení, ať už tahem, tlakem, ohybem nebo kroucením, ale také elektrickým nebo magnetickým polem. Velikost takto vzniklého dvojlomu je přímo úměrná tomuto vnějšímu působení, což lze využít pro mnohé aplikace v optické praxi[1].

Úkolem této bakalářské práce bylo seznámit se s problematikou měření dvojlomu a připravit novou metodu měření s využitím elektrooptického modulátoru pomocí zpětného průchodu experimentální aparaturou. Dále bylo třeba provést výpočet polarizačního stavu světla v daném uspořádání. Dalším úkolem bylo sestavit experiment v tomto uspořádání a ověřit použitelnost této nové metody měření kalibrovaných kompenzátorů. Nakonec bylo třeba určit meze citlivosti metody a nejistoty měření.

Bakalářská práce je rozdělena do dvou hlavních částí. Úvodní část je věnována teoretické stránce dané problematiky a je rozdělena do čtyř kapitol. Kapitole 2 popisuje charakter rovinné monochromatické vlny a za pomoci matematického aparátu je zde postupně vysvětlena eliptická, kruhová a lineární polarizace světla. V kapitole 3, která se zabývá maticovým popisem světla, je v první řadě představen popis pomocí Jonesova formalismu a dále popis pomocí Stokesova formalismu s využitím Mullerových matic. Kapitola 4 se zabývá popisem šíření světla v anizotropním prostředí. V této kapitole nalezneme popis tenzoru permitivity, dvojlomu světla, optické indikatrix a nakonec kapitoly je umístěn popis kompenzátorů. Poslední kapitola 5 je věnována popisu funkce a využití

elektrooptického modulátoru.

V experimentální části je postupně představen výpočet polarizačního stavu světla pro použitou měřicí aparaturu. Dále je zde popsána metoda použitá pro měření dvojlomu spolu se všemi použitými optickými prvky a měřicími přístroji. V této části je také rozebrána kalibrace použitého kompenzátoru a měření parametrů elektrooptického modulátoru. Na konci experimentální části jsou uvedeny výsledky a chyby měření.

2 Polarizace světla

Světlo je příčné elektromagnetické vlnění popsané vektorem elektrické intenzity \vec{E} a vektorem magnetické indukce \vec{B} . Vektory \vec{E} a \vec{B} jsou na sebe navzájem kolmé a rovina, ve které oba vektory leží, je kolmá na směr šíření vlnění [2].

Polarizaci světla určuje směr kmitání vektoru elektrické intenzity \vec{E} v rovině kolmé na směr šíření vlnění. Uvažujme rovinou monochromatickou vlnu pohybující se ve směru osy z , tzn. vektor \vec{E} kmitá v rovině dané osou x a osou y . Vektor \vec{E} můžeme v tomto případě rozložit na vektory elektrické intenzity \vec{E}_x a \vec{E}_y , které směřují ve směru souřadných os. Polarizační stav rovinné monochromatické vlny šířící se ve směru osy z může být obecně popsán vlnovou rovnicí pro harmonickou monochromatickou vlnu

$$\vec{E}(z, t) = \vec{e}_x E_x(z, t) + \vec{e}_y E_y(z, t), \quad (2.1)$$

kde \vec{e}_x a \vec{e}_y jsou jednotkové vektory udávající směr elektrické intenzity [2]. Komponenty vektoru elektrické intenzity mají tvar odpovídající rovinné monochromatické vlně

$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - kz + \delta_x), \quad (2.2a)$$

$$E_y(z, t) = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \delta_y), \quad (2.2b)$$

kde E_{0x} a E_{0y} udávají amplitudu, ω je úhlová frekvence, t je čas, k reprezentuje vlnové číslo, δ_x a δ_y udávají počáteční fázi vlny.

Z hlediska charakteru polarizace lze světlo rozdělit na světlo polarizované, částečně polarizované a nepolarizované. Dále lze polarizované světlo rozdělit z hlediska kmitání vektoru \vec{E} na světlo elipticky, kruhově a lineárně polarizované.

Polarizované světlo lze získat několika způsoby. První možností je odraz světla na rozhraní dvou prostředí. V tomto případě vzniká částečně polarizované světlo, tzn. kmitání vektoru elektrické intenzity převažuje v jednom směru. Pokud světlo dopadá pod určitým úhlem, tzv. Brewsterovým úhlem, dojde k úplné polarizaci světla. Druhou možností je lom světla, ke kterému dochází při průchodu světla z jednoho optického prostředí do druhého. Při lomu světla nemůžeme docílit úplné polarizace světla, pouze částečné. Další možností, jak lze docílit polarizovaného světla, je dvojlom, který je podrobněji rozebrán v podkapitole 4.2. Zcela polarizované světlo můžeme také získat pomocí polarizačního filtru neboli polarizátoru, který je podrobněji popsán v kapitole 3.

2.1 Eliptická polarizace

Zvolíme-li konstantní z -ovou souřadnici, můžeme sledovat pohyb vektoru elektrické intenzity v rovině dané osou x a osou y . Vztahy (2.2a) a (2.2b) upravíme do podoby

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(\omega t - kz) \cos\delta_x - \sin(\omega t - kz) \sin\delta_x, \quad (2.3a)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(\omega t - kz) \cos\delta_y - \sin(\omega t - kz) \sin\delta_y. \quad (2.3b)$$

Dále rovnici (2.3a) vynásobíme členem $\sin\delta_y$ a rovnici (2.3b) členem $-\sin\delta_x$. Po této úpravě obě rovnice sečteme a dostaneme vztah

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \sin\delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \sin\delta_x = \cos(\omega t - kz) [\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y]. \quad (2.4)$$

Předchozí krok zopakujeme, ale tentokrát vynásobíme rovnici (2.3a) členem $\cos\delta_y$, rovnici (2.3b) členem $-\cos\delta_x$ a dostaneme vztah

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \cos\delta_y - \frac{E_y}{E_{0y}} \cos\delta_x = \sin(\omega t - kz) [\sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y]. \quad (2.5)$$

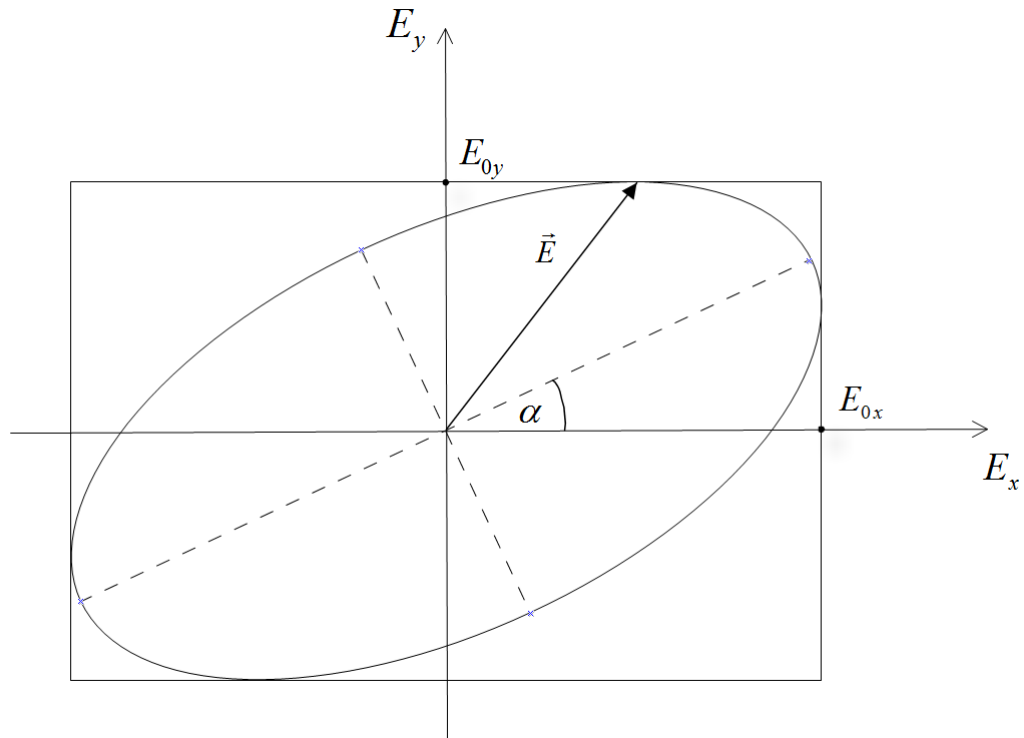
Na úpravu vztahů (2.4) a (2.5) použijeme součtový goniometrický vzorec $\sin(\delta_y - \delta_x) = \sin\delta_y \cos\delta_x - \sin\delta_x \cos\delta_y$ a dále zavedeme substituci $\delta = \delta_y - \delta_x$. Umocněním těchto upravených vztahů a následným sečtením dostaneme výsledný vztah v podobě rovnice elipsy

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos\delta + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = \sin^2 \delta. \quad (2.6)$$

Výše uvedený vztah představuje obecnou rovnici pro popis polarizace rovinné monochromatické vlny. Úhel α mezi hlavní poloosou elipsy a souřadnou osou x je dán vztahem

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos\delta. \quad (2.7)$$

V obecném případě je tedy rovinná monochromatická vlna elipticky polarizovaná, tzn. koncový bod vektoru elektrické intenzity \vec{E} opisuje při svém pohybu elipsu (obrázek 2.1). Z rovnice (2.6) je zřejmé, že tvar výsledné elipsy závisí na fázovém rozdílu δ a dále na poměru amplitud $\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$. U polarizovaného světla rozlišujeme, zda se jedná o polarizaci *levotočivou* či *pravotočivou* [3]. Budeme-li šíření světla sledovat z kladného konce osy z , dostaneme dva možné případy rotace vektoru \vec{E} . Pokud bude y -ová složka elektrické intenzity \vec{E}_y předbíhat x -ovou složku \vec{E}_x , budeme hovořit o polarizaci *pravotočivé*. V opačném případě se bude jednat o polarizaci *levotočivou*.



Obrázek 2.1: Polarizační elipsa

2.2 Kruhová polarizace

Kruhová polarizace je speciálním případem polarizace eliptické, ve kterém nám elipsa přejde v kružnici. Kruhově polarizované světlo získáme v případě, kdy dojde k rovnosti amplitud x-ové a y-ové složky intenzity, tzn. $E_{0x} = E_{0y}$. Navíc musí platit, že fázový rozdíl mezi x-ovou a y-ovou složkou musí být roven pouze určitým násobkům, a to $\delta = m\frac{\pi}{2}$, kde $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$. Jako tomu bylo u polarizace eliptické, i u kruhově polarizovaného světla mohou nastat dva případy rotace vektoru \vec{E} . Pravotočivě kruhově polarizované světlo získáme, pokud $\delta = \delta_y - \delta_x = \frac{\pi}{2}$, v případě levotočivě kruhově polarizovaného světla musí být fázový rozdíl roven $\delta = \delta_y - \delta_x = -\frac{\pi}{2}$.

Pro případ kruhové polarizace, kdy $E_0 = E_{0x} = E_{0y}$ a $\delta = \pm\frac{\pi}{2}$, může být vztah (2.6) upraven do podoby

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2, \quad (2.8)$$

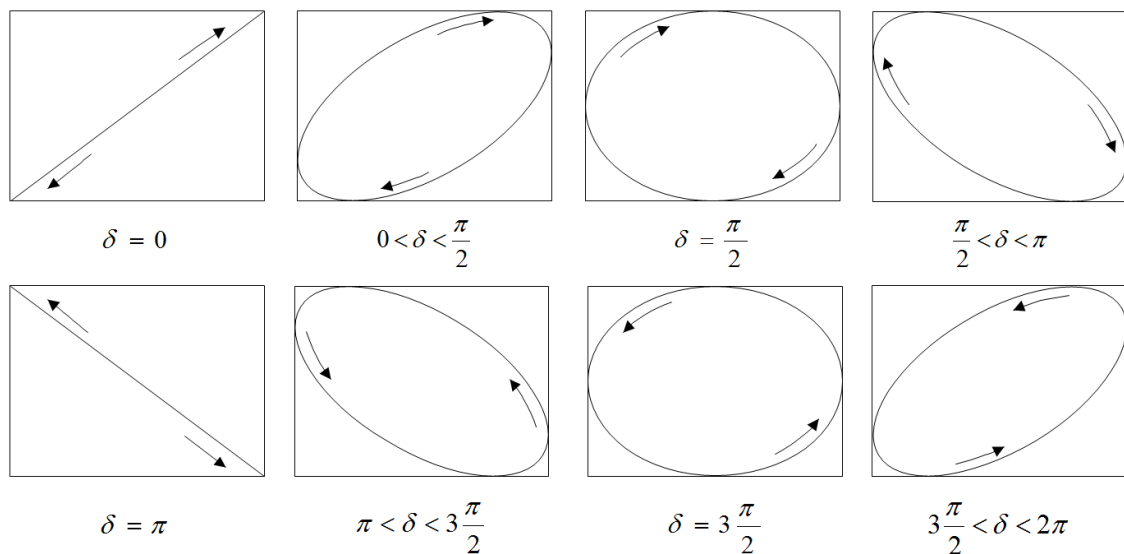
která reprezentuje obecnou rovnici kružnice[3].

2.3 Lineární polarizace

Jako tomu bylo v předchozím případě, u kruhové polarizace, lineární polarizace je také pouze speciálním případem polarizace eliptické, ve kterém nám elipsa přejde v přímku. Toho můžeme docílit dvěma způsoby. První možností je, že se nám jedna ze složek elektrické intenzity bude rovnat nule, v tom případě získáme lineárně polarizované světlo ve směru druhé složky intenzity. Světlo bude lineárně polarizované také v případě, kdy fázový posun bude roven $\delta = m\pi$, kde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Pro případ lineární polarizace může být vztah (2.6) upraven do podoby [3], která reprezentuje obecnou rovnici přímky

$$\frac{E_x}{E_{0x}} \pm \frac{E_y}{E_{0y}} = 0. \quad (2.9)$$

V obrázku 2.2 můžeme vidět tvar polarizační elipsy v závislosti na velikosti fázového rozdílu mezi x-ovou a y-ovou složkou. V horní části obrázku se jedná o polarizaci pravotočivou a v části spodní o polarizaci levotočivou.



Obrázek 2.2: Tvar polarizační elipsy v závislosti na fázovém rozdílu δ

3 Maticový popis polarizace

3.1 Jonesův formalismus

Jednou z možností, jak popsat polarizační stav světla, je popis pomocí Jonesova vektoru. Tato metoda byla vytvořena v roce 1945 americkým fyzikem Robertem Clarkem Jonesem [3] a slouží pro popis zcela polarizovaného světla, nelze ji tedy využít pro popis částečně polarizovaného nebo nepolarizovaného světla. Podle [4] lze rovinnou monochromatickou vlnu popsat pomocí komplexního vyjádření do sloupcové matice, která je známá jako Jonesův vektor

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0y} e^{i\delta_y} \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

kde \tilde{E}_x a \tilde{E}_y jsou komplexní složky vektoru elektrické intenzity, E_{0x} a E_{0y} jsou amplitudy, δ_x a δ_y jsou počáteční fáze a i je imaginární číslo rovno $\sqrt{-1}$. Příklady Jonesova vektoru pro vybrané polarizační stavy jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Jonesův vektor popisuje polarizované světlo z hlediska velikosti amplitudy elektrické intenzity. Chceme-li z Jonesova vektoru získat celkovou intenzitu světla [5], musíme výsledný Jonesův vektor \vec{J} skalárně vynásobit jeho hermitovsky sdruženým vektorem \vec{J}^\dagger

$$\vec{J}^\dagger = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x^* \\ \tilde{E}_y^* \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

$$I = \vec{J} \cdot \vec{J}^\dagger = \tilde{E}_x \tilde{E}_x^* + \tilde{E}_y \tilde{E}_y^* = E_{0x}^2 \underbrace{(e^{i\delta_x} \cdot e^{-i\delta_x})}_{=1} + E_{0y}^2 \underbrace{(e^{i\delta_y} \cdot e^{-i\delta_y})}_{=1} = E_{0x}^2 + E_{0y}^2. \quad (3.3)$$

Ze vztahu (3.3) je patrné, že celkovou intenzitu světla získáme jako součet kvadrátů amplitud v x-ové a y-ové ose.

Pro popis optických prvků, které jsou schopny změnit polarizační stav světelné vlny, slouží Jonesova matice o velikosti 2×2 . Tato matice transformuje vektor \vec{J}_1 , který popisuje světlo vstupující do systému, na vektor \vec{J}_2 , který popisuje světlo ze systému vystupující. Transformaci lze obecně popsat pomocí lineárních vztahů

$$\tilde{E}_{2x} = T_{11} \tilde{E}_{1x} + T_{12} \tilde{E}_{1y}, \quad (3.4a)$$

$$\tilde{E}_{2y} = T_{21} \tilde{E}_{1x} + T_{22} \tilde{E}_{1y}, \quad (3.4b)$$

ve kterých jsou parametry T_{11} , T_{12} , T_{21} a T_{22} konstantami popisujícími příslušný optický prvek [4]. Lineární vztahy (3.4a) a (3.4b) je vhodné zapsat pomocí Jonesovy matice T a vektorů vstupujícího a vystupujícího světla \vec{J}_1 , \vec{J}_2

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{2x} \\ \tilde{E}_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{1x} \\ \tilde{E}_{1y} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Vztah (3.5) lze zapsat do kompaktního tvaru v podobě

$$\vec{J}_2 = T \cdot \vec{J}_1. \quad (3.6)$$

Reprezentace základních optických prvků

V této části si uvedeme Jonesovy matice pro základní optické prvky, jako jsou polarizační filtry, polarizační rotátory nebo retardéry [4]. Dále si uvedeme matici pro popis rotace souřadného systému.

Lineární polarizátor

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.7)$$

popsán touto maticí, polarizuje optickou vlnu ve směru osy x . Pokud optická vlna o složkách $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_y)$ prochází tímto polarizátorem, dojde k transformaci na vlnu o složkách $(\tilde{E}_x, 0)$. Pro lineární polarizátor s osou propustnosti v ose y bude matice (3.7) obdobná, dojde pouze k prohození členů v hlavní diagonále.

Polarizační rotátor

$$T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

je optický prvek, který slouží ke stáčení polarizační roviny světla o úhel θ . Mějme lineárně polarizovanou vlnu v rovině, která svírá s kladným směrem osy x úhel θ_1 . Pokud tato lineárně polarizovaná vlna o složkách $(\cos\theta_1, \sin\theta_1)$ projde polarizačním rotátorem, dojde k transformaci na lineárně polarizovanou vlnu o složkách $(\cos\theta_2, \sin\theta_2)$, kde $\theta_2 = \theta_1 + \theta$.

Fázová destička

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

popsána touto maticí, je optický prvek, na kterém dochází ke zpoždění y-ové složky optické vlny oproti složce x-ové. K tomuto zpoždění dojde tak, že se změní fáze y-ové složky o retardační úhel Γ . Pokud tedy optická vlna o složkách $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_y)$ prochází fázovou destičkou, dojde k transformaci na vlnu o složkách $(\tilde{E}_x, \tilde{E}_y \cdot e^{-i\Gamma})$. Osa x se nazývá *rychlá osa* fázové destičky, protože vlna touto osou prochází beze změny. V ose y dochází k retardaci vlny, proto se nazývá *pomalá osa* fázové destičky. Jonesova matice (3.9) popisuje i další optický prvek, a to elektrooptický modulátor, kterému bude věnována pozornost v kapitole 5.

Transformační matice souřadnic

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

slouží pro rotaci souřadného systému okolo počátku o úhel θ . Transformační matice se používá v případě, chceme-li, aby světlo procházelo příslušným optickým prvkem v původní souřadné ose. Nejdříve použijeme matici $\mathbf{R}(-\theta)$, kterou při výpočtu umístíme před daný optický prvek a tím dosáhneme rotace původního souřadného systému do roviny optického prvku. Poté necháme vlnu tímto optickým prvkem projít a nakonec použijeme matici $\mathbf{R}(\theta)$, kterou při výpočtu umístíme za daný optický prvek a tím se vrátíme do původního souřadného systému. Jedná se pouze o zjednodušení při výpočtu, při samotném experimentu daný optický prvek nikam nerotuje a zůstává umístěn pod úhlem θ . Jako příklad lze uvést lineární polarizátor s osou propustnosti v ose x popsán maticí (3.7), který je umístěn pod úhlem θ . Použijeme-li transformační matice, dostaneme vztah

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(-\theta)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}(\theta)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}'}, \quad (3.11)$$

kde \mathbf{T}' představuje obecnou Jonesovu matici pro lineární polarizátor umístěný pod úhlem θ .

3.2 Stokesův formalismus

Další možností, jak popsat polarizační stav světla, je popis pomocí Stokesova vektoru. Tento formalismus byl vytvořen v roce 1852 britským matematikem a fyzikem Georgem Gabrielem Stokesem [3]. Výhodou Stokesova popisu polarizace je to, že nám umožňuje popsat nejen zcela polarizované světlo, ale také částečně polarizované a nepolarizované světlo, což v předchozím případě u Jonesova popisu nebylo možné. Dalším rozdílem oproti Jonesovu popisu je to, že Stokesův vektor nám světlo popisuje přímo pomocí intenzity světla I .

Stokesův formalismus používá čtyři reálné parametry s_0, s_1, s_2 a s_3 , které lze definovat pomocí intenzity světla a zapsat do sloupcové matice známe jako Stokesův vektor

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ I_x - I_y \\ I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \\ I_R - I_L \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Parametr s_0 představuje celkovou intenzitu světla I . Parametr s_1 je definován jako rozdíl složek intenzit polarizovaného světla v ose x a v ose y . Parametr s_2 představuje rozdíl mezi složkou intenzity polarizovaného světla v rovině, svírající s rovinou osy x úhel 45° a složkou, která s rovinou osy x svírá úhel -45° . Parametr s_3 představuje rozdíl mezi pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovanou složkou intenzity světla [7]. Z definice Stokesova vektoru dále vyplývá vztah

$$s_0^2 \geq s_1^2 + s_2^2 + s_3^2, \quad (3.13)$$

ve kterém rovnítko platí pro zcela polarizované světlo. Pro částečně polarizované světlo bude člen s_0^2 větší než-li součet parametrů popisujících polarizované složky světla. Pro světlo nepolarizované bude tento součet nulový.

Chceme-li pomocí Stokesova vektoru popsat částečně polarizované světlo, je nutné definovat parametr zvaný stupeň polarizace [3], který označíme DOP (Degree of polarization). Tento parametr je definovaný jako poměr intenzity polarizovaných složek světla ku intenzitě celkové

$$DOP = \frac{I_{POL.}}{I} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}. \quad (3.14)$$

Popisujeme-li pomocí Stokesova formalismu zcela polarizované světlo, platí vztah mezi Stokesovým (3.12) a Jonesovým (3.1) vektorem. Jednotlivé parametry Stokesova vektoru lze převést pomocí vztahů

$$s_0 = \tilde{E}_x \tilde{E}_x^* + \tilde{E}_y \tilde{E}_y^*, \quad (3.15a)$$

$$s_1 = \tilde{E}_x \tilde{E}_x^* - \tilde{E}_y \tilde{E}_y^*, \quad (3.15b)$$

$$s_2 = \tilde{E}_x \tilde{E}_y^* + \tilde{E}_y \tilde{E}_x^*, \quad (3.15c)$$

$$s_3 = i(\tilde{E}_x \tilde{E}_y^* - \tilde{E}_y \tilde{E}_x^*). \quad (3.15d)$$

Pro částečně polarizované a nepolarizované světlo není tento převod možný, protože Jonesovým vektorem lze popsat pouze zcela polarizované světlo.

Příklady Stokesova vektoru pro vybrané polarizační stavy a jejich porovnání s vektory Jonesovými jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Příklady Jonesových a Stokesových vektorů pro vybrané polarizační stavy

Charakter polarizace	Jonesův vektor	Stokesův vektor
Lineárně polarizovaná vlna ve směru osy x	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Lineárně polarizovaná vlna ve směru osy y	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Lineárně polarizovaná vlna v rovině, která svírá s kladným směrem osy x úhel θ	$\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}$
Pravotočivě kruhově polarizovaná vlna	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Levotočivě kruhově polarizovaná vlna	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$
Nepolarizovaná vlna	neexistuje	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

3.3 Mullerovy matice

Popisujeme-li světlo pomocí Stokesova vektoru, pak pro popis optického prvku, který mění polarizační stav světla, používáme Mullerovu matici [7]. Obecně lze transformaci Stokesova vektoru \mathbf{S} na Stokesův vektor \mathbf{S}' popsat pomocí lineárních vztahů

$$s'_0 = m_{00}s_0 + m_{01}s_1 + m_{02}s_2 + m_{03}s_3, \quad (3.16a)$$

$$s'_1 = m_{10}s_0 + m_{11}s_1 + m_{12}s_2 + m_{13}s_3, \quad (3.16b)$$

$$s'_2 = m_{20}s_0 + m_{21}s_1 + m_{22}s_2 + m_{23}s_3, \quad (3.16c)$$

$$s'_3 = m_{30}s_0 + m_{31}s_1 + m_{32}s_2 + m_{33}s_3, \quad (3.16d)$$

ve kterých jsou členy m_{00} až m_{33} konstantami charakterizujícími daný optický prvek. Tyto vztahy lze zapsat pomocí Mullerovi matice o velikosti 4×4 v maticovém tvaru do podoby

$$\mathbf{S}' = \begin{bmatrix} s'_0 \\ s'_1 \\ s'_2 \\ s'_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

V tabulce 3.2 jsou uvedeny Mullerovy matice pro vybrané základní optické prvky. Na druhém řádku tabulky je uvedena obecná Mullerova matice pro polarizátor umístěný pod úhlem θ . K této matici se dostaneme identickým postupem, jako tomu bylo v případě Jonesovy matice polarizátoru (3.11), tzn. použitím transformačních matic souřadnic umístěných před a za matici polarizátoru s osou propustnosti v ose x .

Tabulka 3.2: Mullerovy matice pro základní optické prvky

Optický prvek

Mullerova matice

Lineární polarizátor s osou propustnosti v ose x

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Lineární polarizátor umístěný pod úhlem θ

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \sin 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Fázová destička (retardér)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Gamma & \sin \Gamma \\ 0 & 0 & -\sin \Gamma & \cos \Gamma \end{bmatrix}$$

Transformační matice souřadnic

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4 Šíření světla v anizotropním prostředí

Pojem anizotropní prostředí znamená, že daný materiál má v různých směrech rozdílné vlastnosti. Anizotropie materiálů je způsobena jejich vnitřní strukturou, tzn. velikostí, tvarem, natočením jednotlivých molekul a dále jejich samotným uspořádáním v prostoru. Anizotropie materiálů může být přirozená či uměle vyvolaná, např. vnějším mechanickým působením, elektrickým nebo magnetickým polem. V našem případě se budeme věnovat optickým vlastnostem anizotropních materiálů, ve kterých bude rychlost světla záviset na směru šíření a polarizaci samotného světla. Příkladem opticky anizotropního materiálu může být islandský vápenec [2].

4.1 Tenzor permitivity

Chceme-li popsat interakci světelné vlny s opticky anizotropním prostředím, je nutné zavést vektor elektrické indukce \vec{D} [4]. V našem případě se budeme věnovat opticky anizotropnímu prostředí v podobě krystalu. Každou ze složek elektrické indukce lze popsat jako lineární kombinaci tří složek elektrické intenzity světla pomocí vztahů

$$D_x = \epsilon_{11}E_x + \epsilon_{12}E_y + \epsilon_{13}E_z, \quad (4.1a)$$

$$D_y = \epsilon_{21}E_x + \epsilon_{22}E_y + \epsilon_{23}E_z, \quad (4.1b)$$

$$D_z = \epsilon_{31}E_x + \epsilon_{32}E_y + \epsilon_{33}E_z, \quad (4.1c)$$

ve kterých jsou parametry ϵ_{11} až ϵ_{33} konstantami charakterizujícími dané anizotropní prostředí. Tyto parametry lze zapsat pomocí matice ϵ o velikosti 3×3 známé jako permitivita.

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Obecně je permitivita tenzorovou veličinou druhého řádu, která se používá pro popis interakce anizotropního prostředí se světelnou vlnou [4]. Vztahy (4.1a) až (4.1c) můžeme zapsat do symbolického tvaru

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}. \quad (4.3)$$

Hodnota parametrů tenzoru permitivity ϵ_{11} až ϵ_{33} bude záviset na volbě souřadného systému, vzhledem ke struktuře krystalu. Dále již budeme uvažovat pouze takový souřadný systém, ve kterém budou nenulové pouze členy, které tvoří diagonální část matice tenzoru permitivity. Pro takovýto souřadný systém můžeme vztahy (4.1a) až (4.1c) přepsat do podoby

$$D_x = \epsilon_1 E_x, \quad (4.4a)$$

$$D_y = \epsilon_2 E_y, \quad (4.4b)$$

$$D_z = \epsilon_3 E_z, \quad (4.4c)$$

ve které budeme pro zjednodušení používat $\epsilon_1 = \epsilon_{11}$, $\epsilon_2 = \epsilon_{22}$ a $\epsilon_3 = \epsilon_{33}$. Obecně vektory elektrické intenzity \vec{E} a elektrické indukce \vec{D} nemají stejný směr, nicméně v námi zvoleném souřadném systému budou tyto vektory vzájemně rovnoběžné. Nyní můžeme pro každou souřadnou osu, popsanou složkami permitivity ϵ_1 , ϵ_2 a ϵ_3 , definovat index lomu, který zapíšeme pomocí vztahů

$$n_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}}, \quad (4.5a)$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0}}, \quad (4.5b)$$

$$n_3 = \sqrt{\frac{\epsilon_3}{\epsilon_0}}, \quad (4.5c)$$

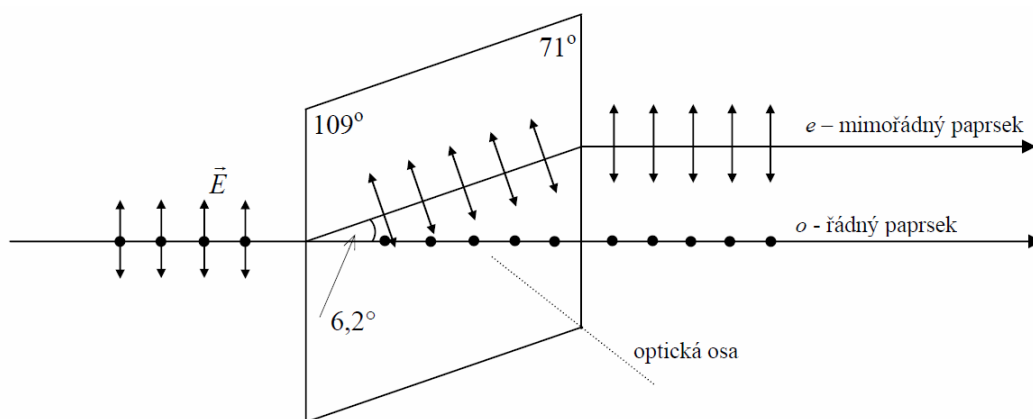
ve kterých se členy n_1 , n_2 a n_3 nazývají hlavní indexy lomu a ϵ_0 je permitivita vakua.

4.2 Dvojlom světla

Dopadá-li nepolarizované světlo na rozhraní opticky anizotropního materiálu, dojde k rozdělení paprsku na paprsek řádný a mimořádný. Paprsek řádný se řídí Snellovým zákonem lomu a je polarizován v rovině kolmé k hlavnímu řezu. Paprsek mimořádný se zákonem lomu neřídí, vybočuje od původního směru a je polarizován v rovině hlavního řezu [8]. Vzhledem k tomu, že index lomu souvisí s rychlostí šíření světla v v daném prostředí vztahem

$$n = \frac{c}{v}, \quad (4.6)$$

ve kterém je c rychlost šíření světla ve vakuu, pak dostaneme různou rychlost šíření pro paprsek řádný i paprsek mimořádný. Příklad rozdělení paprsků můžeme vidět v obrázku 4.1, ve kterém rovina obrázku představuje hlavní rovinu řezu krystalu.



Obrázek 4.1: Příklad dvojlomu v islandském vápenci [3]

Obecně můžeme krystaly rozdělit na izotropní, jednoosé a dvouosé. V případě izotropních krystalů, které mají ve všech směrech stejný index lomu ($n_1 = n_2 = n_3$), může dojít k rozdělení původního paprsku, avšak pro oba paprsky bude platit stejný index lomu, tzn. mezi těmito paprsky nedojde k fázovému rozdílu.

U anizotropních materiálů, které můžeme z hlediska jejich struktury rozdělit na jednoosé a dvouosé [4], k rozdělení původního paprsku na řádný a mimořádný paprsek dochází. Index lomu řádného paprsku označme n_o a index lomu mimořádného paprsku n_e . V případě jednoosého krystalu se dva z hlavních indexů lomu rovnají a třetí je velikostně odlišný. Pro index lomu řádného paprsku bude platit $n_o = n_1 = n_2$ a dále pro index lomu paprsku mimořádného bude platit $n_e = n_3$. Jednoosé krystaly, pro které platí $n_e > n_o$, se nazývají krystaly *kladné*, v opačném případě, kdy $n_e < n_o$, se jedná o krystaly *záporné*. U jednoosých krystalů lze najít takový směr, ve kterém nebude docházet k dvojlomu paprsků. Tento směr se nazývá optická osa. Bude-li se světlo šířit ve směru optické osy, tak velikost indexu lomu pro řádný i mimořádný paprsek bude shodná, tzn. oba paprsky se budou šířit stejnou rychlostí. V případě, ve kterém se světlo bude šířit ve směru kolmém k optické ose, k rozdělení paprsků také nedojde. Rozdíl bude ovšem v tom, že velikost indexu lomu pro řádný i mimořádný paprsek bude různá a díky tomu se každý z paprsků bude šířit jinou rychlostí. Důsledkem toho dojde k fázovému posunutí mezi těmito paprsky, které jsou lineárně polarizované v navzájem kolmých rovinách, a po vzájemném sečtení dojde obecně ke vzniku elipticky polarizovaného světla. V závislosti na velikosti fázového posunu (obrázek 2.2) může dojít i ke vzniku speciálních případů elipticky polarizovaného světla, tj. ke vzniku kruhové nebo lineární polarizace.

Pro dvouosé krystaly platí to samé, jako pro krystaly jednoosé, ovšem s tím rozdílem, že u nich lze nalézt dva směry, ve kterých nedochází k rozdělení paprsků, tzn. mají dvě optické osy. U dvouosých krystalů obecně platí, že každý z hlavních indexů lomu má jinou velikost, tzn. $n_1 \neq n_2 \neq n_3$.

Slabého optického dvojlomu můžeme docílit i v plynném prostředí, podmínkou je ale přítomnost silného magnetického pole působícího v kolmém směru na směr šíření světla. Tento jev se nazývá Cotton-Moutonův efekt [3].

4.3 Optická indikatrix

Geometricky lze tenzor permitivity (4.2) vyjádřit pomocí optické indikatrix, jinak známé pod pojmem indexový elipsoid. Optickou indikatrix můžeme vyjádřit pomocí rovnice

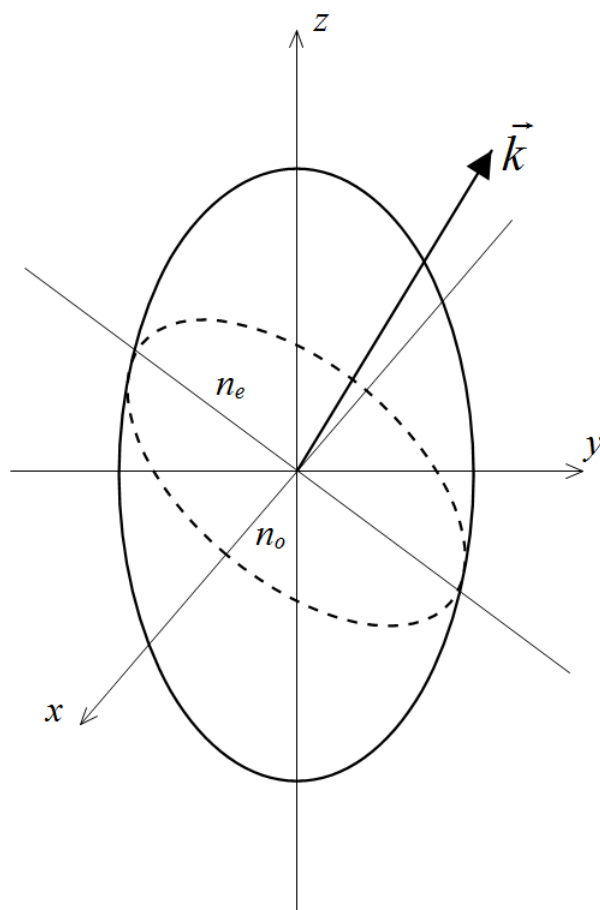
$$\frac{D_x^2}{n_1^2} + \frac{D_y^2}{n_2^2} + \frac{D_z^2}{n_3^2} = 1, \quad (4.7)$$

která představuje obecnou rovnici pro elipsoid [4]. Udává nám, jak bude velký index lomu pro daný směr elektrické indukce \vec{D} .

Optické vlastnosti daného prostředí, tzn. směry souřadných os a velikosti hlavních indexů lomu, jsou zcela popsány touto optickou indikatrix.

V obrázku 4.2 můžeme vidět příklad optické indikatrix popisující jednoosý krystal. Elipsoid na obrázku vyjadřuje velikost indexu lomu mimořádného paprsku, který bude záviset na směru dopadajícího světla. Pro paprsek řádný platí ve všech směrech stejný index lomu. Velikost indexu lomu řádného paprsku můžeme popsat pomocí koule, kterou umístíme do tohoto elipsoidu.

Průřezem elipsoidu získáme rovinu, která má obecně tvar elipsy a je kolmá ke směru dopadajícího světla. Tento směr je v obrázku znázorněn vlnovým vektorem \vec{k} . Tvar elipsy bude záviset právě na směru vlnového vektoru. Budeme-li uvažovat průřez elipsoidu v rovině dané souřadnými osami x a y , tak pro mimořádný paprsek dostaneme kružnici. To platí právě pro případ, kdy směr vlnového vektoru bude shodný se směrem optické osy. V obrázku 4.2 je směr optické osy totožný se směrem osy z .



Obrázek 4.2: Optická indikatrix

4.4 Kompenzátory

Kompenzátor je optický prvek, který umožňuje měnit fázovou retardaci procházející optické vlny [3]. Na rozdíl od fázové destičky, u které je fázová retardace konstantní, můžeme u kompenzátoru retardaci kontrolovaně měnit. Tato změna je způsobena mechanickým zasouváním optických klínů z anizotropního materiálu. Existuje celá řada kompenzátorů, nicméně v našem případě se zaměříme na dva typy, které jsou nejpoužívanější. Jedná se o Babinetův a Solleilův kompenzátor.

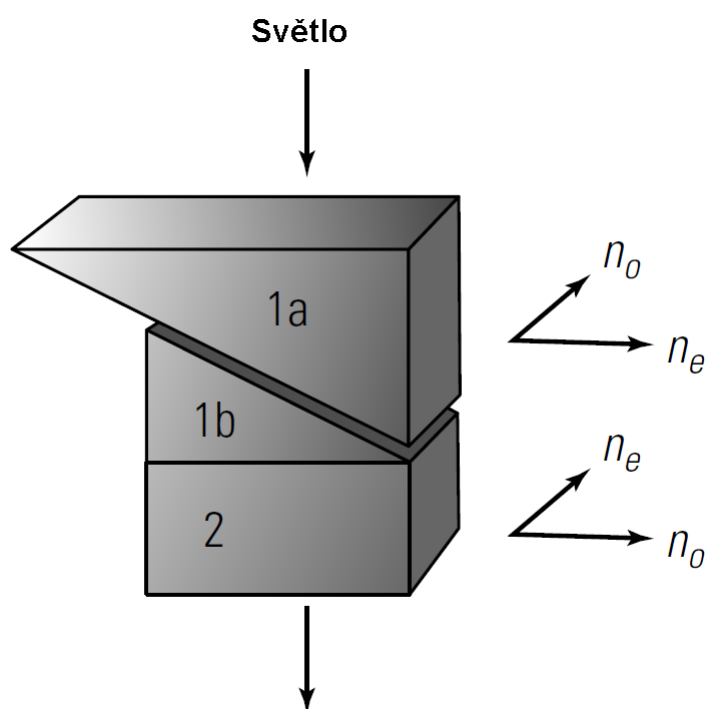
Babinetův kompenzátor je tvořen dvěma klíny z opticky anizotropního materiálu, tzn. každý z těchto klínů má svou vlastní optickou osu. Tyto optické osy jsou vůči sobě natočeny přesně o úhel 90° . Jeden z klínů je statický a s druhým lze pohybovat. Budeme-li uvažovat kladný krystal a označíme-li d_1 tloušťku prvního krystalu v místě průchodu paprsku a d_2 tloušťku druhého krystalu v místě průchodu paprsku [7], pak pro fázový

rozdíl bude platit vztah

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)(n_e - n_o), \quad (4.8)$$

kde λ je vlnová délka světla, n_o a n_e jsou indexy lomu pro řádný a mimořádný paprsek. Pokud bude paprsek v prvním klínu řádný, pak se v druhém klínu stane mimořádným a naopak. Z toho plyne, že pokud bude platit rovnost $d_1 = d_2$, tak na kompenzátoru nedojde k žádné fázovému rozdílu.

Solleilův kompenzátor, kterému se také jinak říká Solleil-Babinetův kompenzátor, je svou konstrukcí podobný Babinetovu kompenzátoru. Skládá se ze dvou klínů, jejichž optické osy nejsou vzájemně kolmé, jako tomu bylo v předchozím případě, ale jsou rovnoběžné. Další součástí Solleil-Babinetova kompenzátoru je planparalelní destička [3]. Tuto konstrukci můžeme vidět na obrázku 4.3. Pro fázový rozdíl způsobený Solleil-Babinetovým kompenzátozem, platí stejný vztah (4.8).



Obrázek 4.3: Solleil-Babinetův kompenzátor [7]

5 Elektrooptický modulátor

Elektrooptický modulátor je takové zařízení, které se využívá ke kontrolovanému řízení parametrů procházejícího světla. U procházejícího světla lze ovlivňovat jeho frekvenci, amplitudu, fázi a polarizaci. Za pomoci elektrooptického modulátoru lze také dosáhnout změny směru světelného svazku. V našem případě se ovšem zaměříme pouze na řízení amplitudy. K tomu využíváme lineární elektrooptický jev, též nazývaný Pockelsův jev [9].

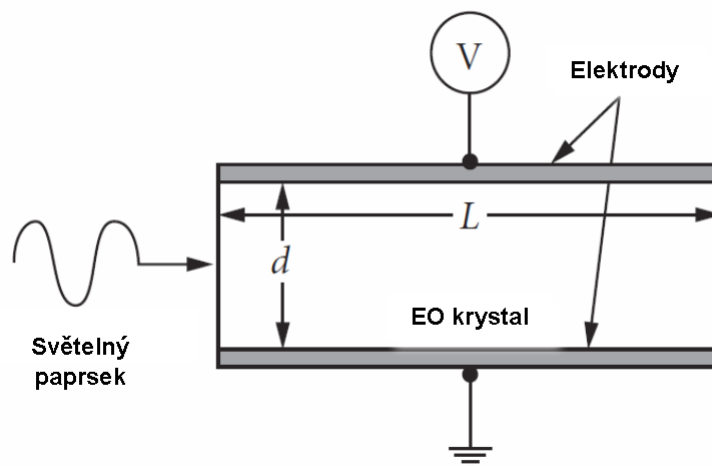
5.1 Pockelsův jev

Pockelsův jev byl poprvé popsán v roce 1893 německým fyzikem Friedrichem Pockelsem [10]. Jedná se o jev, při kterém působením vnějšího elektrického pole na vhodný krystal dochází ke změně vlastností samotného krystalu. Vázané náboje v krystalu se vlivem tohoto vnějšího elektrického pole přeskupí a dále dojde k malé deformaci krystalové struktury [9]. Tím lze dosáhnout změny tvaru optické indikatrix, čímž můžeme ovlivnit velikost indexu lomu mimořádného paprsku.

Jak již bylo zmíněno, jedná se o lineární jev, tzn. změna indexu lomu je přímo úměrná přiloženému elektrickému poli. Existuje také jev, kterému se říká Kerrův jev a v tomto případě již závislost indexu lomu na přiloženém napětí není lineární, ale kvadratická [9].

5.2 Konstrukce elektrooptického modulátoru

Elektrooptický modulátor se skládá z tzv. Pockelsových cel [10]. Jedná se o opticky anizotropní materiál, umístěný mezi dvěma elektrodami, na které je přiváděno napětí. V praxi se používají dva druhy Pockelsových cel, a to podélná a příčná Pockelsova cela. V našem případě se budeme zabývat Pockelsovou celou příčnou, která je znázorněna na obrázku 5.1. Tuto Pockelsovu celu označujeme jako příčnou z toho důvodu, že laserový paprsek prochází optickým krystalem ve směru rovnoběžném k elektrodám, tzn. působení elektrického pole je ve směru kolmém na laserový paprsek. V případě podélné Pockelsovy cely je tomu naopak, paprsek prochází ve směru kolmém k elektrodám.



Obrázek 5.1: Příčná Pockelsova cela [9]

Důležitým parametrem elektrooptického modulátoru je půlvlnové napětí, které označíme jako V_π . Přivedeme-li na elektrody Pocklesovy cely napětí o velikosti rovnající se právě půlvlnovému napětí, dojde k posunutí fáze mezi x-ovou a y-ovou složkou procházejícího světla o π .

5.3 Amplitudová modulace světla

Jak již název předesílá, tato podkapitola se bude týkat řízení intenzity světla pomocí elektrooptického modulátoru. Pro amplitudovou modulaci světla existuje celá řada možností samotného zapojení, nicméně v našem případě se budeme věnovat následujícímu zapojení [9]. Na počátku soustavy bude polarizátor umístěný pod úhlem 0° , dále následuje samotný elektrooptický modulátor, který umístíme pod úhlem 45° . Jako poslední prvek umístíme analyzátor, který bude natočen pod úhlem 90° . Schéma zapojení můžeme vidět na obrázku 5.2. Rozdíl je ovšem v tom, že námi použité zapojení v sobě neobsahuje čtvrtvlnovou destičku, a to z důvodu, který bude objasněn později.

Pro popis amplitudové polarizace používáme parametr zvaný transmise [9], který je dán vztahem

$$T = \frac{I}{I_0}. \quad (5.1)$$

Transmise nám tedy udává poměr mezi výstupní intenzitou I a vstupní intenzitou I_0 .

Pro případ našeho zapojení bude transmise, která je funkcí napětí, popsána vztahem

$$T(V) = \sin^2 \left(\frac{\Gamma}{2} \right) = \sin^2 \left(\frac{\Gamma_0}{2} + \frac{\pi V}{2V_\pi} \right), \quad (5.2)$$

který nám popisuje pracovní křivku elektrooptického modulátoru znázorněnou na obrázku 5.3. Chceme-li dosáhnout lineární modulace, musíme se nacházet v určitém bodě na pracovní křivce, který je v obrázku 5.3 označen jako $V_{\pi/2}$. Jedná se o čtvrtvlnové napětí. Chceme-li se do tohoto bodu, nazvěme ho pracovní bod, dostat, tak ze vztahu (5.2) plyne, že se fázový rozdíl Γ_0 musí rovnat $\frac{\pi}{2}$. Toho lze dosáhnout dvěma způsoby. První možností je umístění čtvrtvlnové destičky jako je tomu v obrázku 5.2. My budeme využívat druhou variantu, a to přivedení čtvrtvlnového napětí na elektrody modulátoru.

Nacházíme-li se v pracovním bodu a přivedeme-li sinusový modulační signál o velikosti $V = V_m \sin(\omega_m t)$, kde V_m udává amplitudu a ω_m úhlovou frekvenci modulačního signálu, pak pro fázový rozdíl bude platit vztah

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_i = \frac{\pi}{2} + \Gamma_m \sin \omega_m t, \quad (5.3)$$

ve kterém $\Gamma_m = \pi V_m / V_\pi$ je tzv. hloubka modulace. Dosadíme-li tento vztah pro celkový fázový rozdíl do vztahu (5.2), tak dostaneme vztah pro transmissi v podobě

$$T(V) = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\Gamma_m}{2} \sin \omega_m t \right) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} + \Gamma_m \sin \omega_m t \right) \right]. \quad (5.4)$$

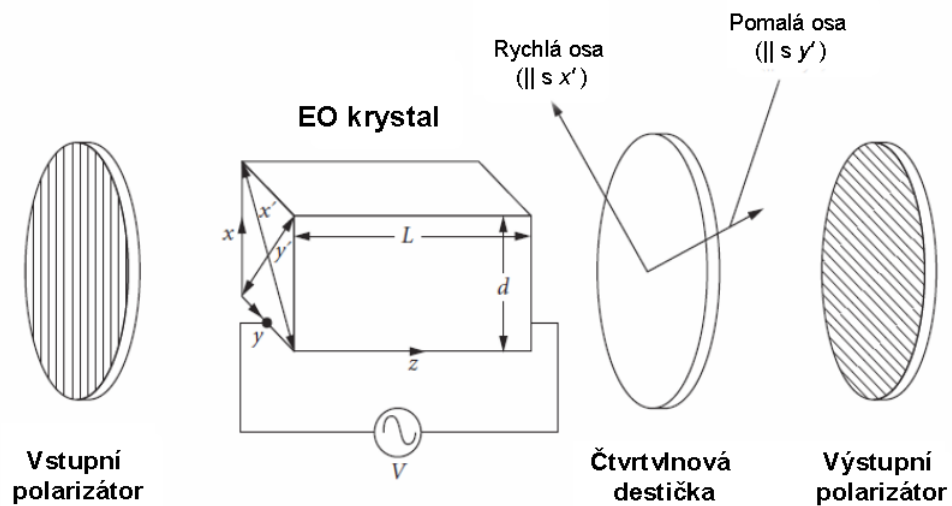
Uvažujeme-li velmi malé modulační napětí ($V_m \ll 1$), pak bude platit, že hloubka modulace bude také velmi malá ($\Gamma_m \ll 1$). V takovém případě můžeme vztah pro transmissi (5.4) zjednodušit do podoby

$$T(V) = \frac{1}{2} (1 + \Gamma_m \sin \omega_m t). \quad (5.5)$$

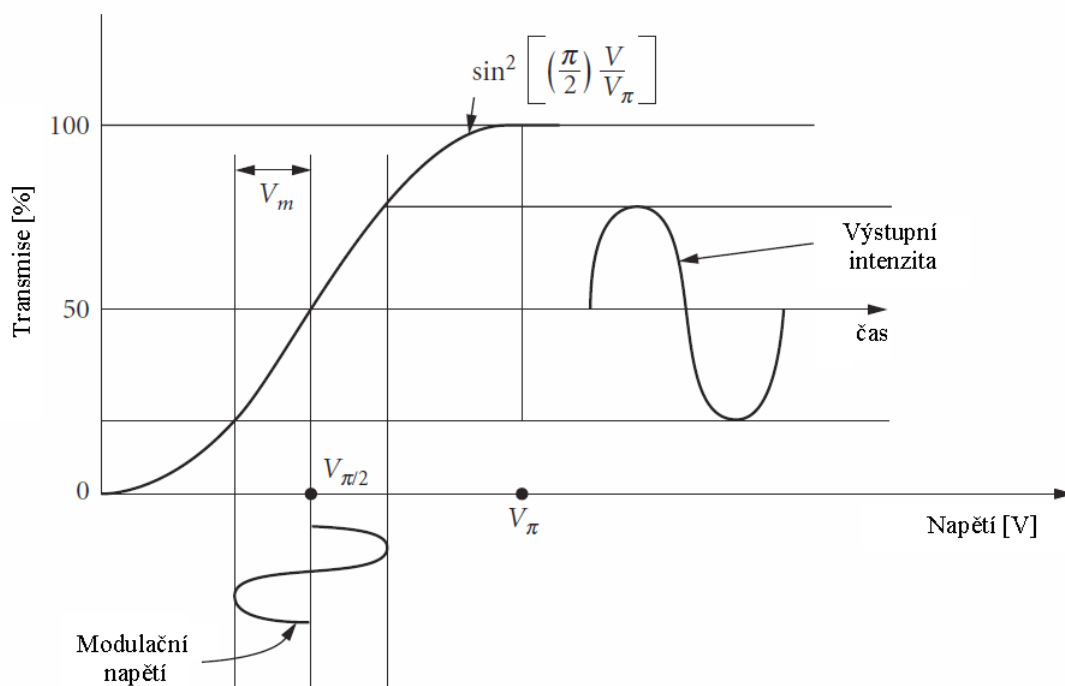
Po dosazení tohoto zjednodušeného vztahu pro transmissi do vztahu (4.7), lze uvést vztah pro výstupní intenzitu světla

$$I(V) = \frac{1}{2} I_0 (1 + \Gamma_m \sin \omega_m t). \quad (5.6)$$

Můžeme si povšimnout, že výstupní intenzita je funkcí napětí přiloženého na elektrodách elektrooptického modulátoru, což lze vidět na obrázku 5.3.



Obrázek 5.2: Schéma aparatury pro amplitudovou modulaci světla [9]



Obrázek 5.3: Pracovní křivka elektrooptického modulátoru [9]

6 Experimentální část

V experimentální části jsem uplatnil teoretické poznatky obsažené v předchozích kapitolách. Mým úkolem bylo připravit novou metodu měření dvojlomu s elektrooptickým modulátorem s využitím zpětného průchodu laserového svazku aparaturou. Postupoval jsem následovně. V první řadě bylo zapotřebí provést teoretické výpočty, na základě kterých jsem byl schopen sestavit měřící aparaturu. Dále bylo třeba proměřit parametry použitých přístrojů a poté už nic nebránilo samotnému měření dvojlomu způsobeného Solleil-Babinetovým kompenzátorem. Na konci jsem určil citlivost metody a nejistoty měření.

6.1 Výpočet polarizačního stavu světla

Před samotným sestavením měřící aparatury bylo nejprve třeba vypočítat, pod jakými úhly budou jednotlivé optické prvky v soustavě umístěny. Dále bylo také nutné zjistit zda je nutné použití dvou polarizátorů nebo bude postačovat pouze jeden.

Při samotných výpočtech jsem nahlížel na výsledný tvar vektoru elektrické intenzity a intenzity světla. Výpočet jsem provedl pomocí Jonesova formalismu. Tento formalismus jsem mohl zvolit z toho důvodu, že jsem uvažoval zcela polarizované světlo, což jsem si mohl dovolit vzhledem k použití velmi kvalitního polarizátoru s extinkčním poměrem o velikosti 1 : 100000, tzn. kolmo k ose propustnosti polarizátoru propouští jednu sta tisícinu původní intenzity.

Dle mnou provedených výpočtů, se jako nejvhodnější variantou uspořádání jednotlivých optických prvků, jevílo uspořádání následující

$$\vec{J}_2 = \vec{J}_1 \cdot \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{R}(-45^\circ) \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_3 \cdot \mathbf{T}_3 \cdot \mathbf{T}_4 \cdot \mathbf{R}(45^\circ) \cdot \mathbf{T}_1. \quad (6.1)$$

Na začátku soustavy je laser, z kterého vystupuje světlo reprezentované vektorem \vec{J}_1 . Dalším optickým prvkem v soustavě je polarizátor reprezentován maticí \mathbf{T}_1 , který je natočen pod nulovým úhlem, tzn. nemusíme u něho používat transformační matici souřadnic. Za polarizátorem následuje elektrooptický modulátor, který je ve výpočtu označen maticí \mathbf{T}_2 . Vzhledem k tomu, že je modulátor umístěn pod úhlem 45° , je zapotřebí využít transformační matici souřadnic $\mathbf{R}(-45^\circ)$. Matice \mathbf{T}_3 reprezentuje další optický prvek, kterým

je samotný měřený prvek, u kterého chceme zjistit fázovou retardaci. V mém případě se jedná o Solleil-Babinetův kompenzátor, který je v soustavě natočen, stejně jako modulátor, pod úhlem 45° . Na konec měřicí aparatury umístíme zrcadlo, které ve výpočtu nemusíme uvažovat, a to z toho důvodu, že na zrcadle dojde k odrazu světelné vlny s opačnou fází. U x-ové a y-ové složky sice dojde ke změně fáze o π , ale původní fázový rozdíl mezi těmito složkami bude zachován, proto do výpočtu nemusíme toto zrcadlo zahrnovat.

Zpětně odražený paprsek prochází opět přes Solleil-Babinetův kompenzátor, u kterého lze ve výpočtu použít shodnou matici T_3 . Dále paprsek pokračuje přes elektrooptický modulátor, který je označen maticí T_4 . Zde si můžeme povšimnout, že modulátor je při zpětném průchodu reprezentován jinou maticí, než-li v průchodu původním. Důvod bude objasněn později. Nyní je zapotřebí použít transformační matici souřadnic $R(45^\circ)$, kterou se opět vrátíme do původního souřadného systému a na konci projde paprsek opět stejným polarizátorem T_1 .

Nyní se podíváme na samotný výpočet. Vztah (6.1) přepíšeme do maticového tvaru v podobě

$$\vec{J}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_X} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_X} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\Gamma_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.2)$$

Vynásobíme-li všechny tyto matice, výsledkem bude normalizovaný Jonesův vektor elektrické intenzity ve tvaru $\vec{J}_2 = (\tilde{E}_x, \tilde{E}_y)$. Vzhledem k tomu, že paprsek projde před samotnou detekcí polarizátorem umístěným pod nulovým úhlem, dojde k odfiltrování y-ové složky, tzn. zůstane pouze x-ová složka vektoru elektrické intenzity, která má následující tvar

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x = & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_2 \cos^2 \Gamma_X - \frac{1}{2} i \cos \Gamma_2 \cos^2 \Gamma_X \sin \Gamma_1 - \\ & - \frac{1}{2} i \cos \Gamma_1 \cos^2 \Gamma_X \sin \Gamma_2 - \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_X \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_2 - i \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_2 \cos \Gamma_X \sin \Gamma_X - \\ & - \cos \Gamma_2 \cos \Gamma_X \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_X - \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_X \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_X + i \cos \Gamma_X \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_X - \\ & - \frac{1}{2} \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} i \cos \Gamma_2 \sin \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} i \cos \Gamma_1 \sin \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \\ & + \frac{1}{2} \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Detekovanou veličinou je v našem případě intenzita světla. Chceme-li získat tvar pro výslednou intenzitu světla, je třeba výraz (6.3) vynásobit jeho komplexně sdruženým výrazem, tzn.

$$I = \tilde{E}_y \cdot \tilde{E}_y^* . \quad (6.4)$$

Po provedení tohoto kroku dostaneme následující výraz

$$\begin{aligned} I = & \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_2 \cos^2 \Gamma_X + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_1 \cos^2 \Gamma_2 \cos^4 \Gamma_X + \\ & + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_2 \cos^4 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_1 - \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_X \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_2 + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_1 \cos^4 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_2 + \\ & + \frac{1}{4} \cos^4 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_2 - \cos \Gamma_2 \cos \Gamma_X \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_X - \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_X \sin \Gamma_2 \sin \Gamma_X - \\ & - \frac{1}{2} \cos \Gamma_1 \cos \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_1 \cos^2 \Gamma_2 \cos^2 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_2 \cos^2 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_X + \\ & + \frac{1}{2} \sin \Gamma_1 \sin \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_1 \cos^2 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \frac{1}{2} \cos^2 \Gamma_X \sin^2 \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_X + \\ & + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_1 \cos^2 \Gamma_2 \sin^4 \Gamma_X + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_2 \sin^2 \Gamma_1 \sin^4 \Gamma_X + \frac{1}{4} \cos^2 \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_2 \sin^4 \Gamma_X + \\ & + \frac{1}{4} \sin^2 \Gamma_1 \sin^2 \Gamma_2 \sin^4 \Gamma_X , \end{aligned} \quad (6.5)$$

který je zapotřebí zjednodušit. To provedeme pomocí následujících goniometrických identit

$$\sin^2 x + \cos^2 y = 1 , \quad (6.6a)$$

$$\sin^4 x + \cos^4 y = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 y , \quad (6.6b)$$

$$\cos^2 y - \sin^2 x = \cos 2x , \quad (6.6c)$$

$$2 \sin x \cos x = \sin 2x , \quad (6.6d)$$

$$\sin x \cos y + \sin y \cos x = \sin (x + y) , \quad (6.6e)$$

$$\cos x \cos y - \sin x \sin y = \cos (x + y) . \quad (6.6f)$$

Postupným vytýkáním shodných členů ve výrazu (6.5) a s použitím výše uvedených identit lze tento výraz upravit do podoby

$$I = \frac{1}{2} I_0 [1 + \cos (2\Gamma_X + \Gamma_1 + \Gamma_2)] , \quad (6.7)$$

která představuje detekovanou intenzitu po průchodu aparaturou. Ověření výsledného tvaru intenzity jsem provedl také pomocí Stokesova vektoru a Mullerových matic, u kterého jsem také uvažoval zcela polarizované světlo.

Můžeme si povšimnout, že je ve vztahu pro detekovanou intenzitu (6.7) obsažena dvojnásobná fázová retardace, způsobená měřeným vzorkem. To je právě zapříčiněno zpětným průchodem paprsku soustavou. Dále si můžeme povšimnout, že fázová retardace, způsobená při zpětném průchodu paprsku elektrooptickým modulátorem, je jiná, než v případě průchodu původního. To je způsobeno tím, že při zpětném průchodu dochází k modulaci paprsku se zpožděním, které označíme τ . Díky tomu lze vztah pro výslednou intenzitu přepsat do podoby

$$I = \frac{1}{2} I_0 [1 + \cos(2\Gamma_X + \Gamma_m \sin \omega_m t + \Gamma_m \sin \omega_m (t + \tau))] . \quad (6.8)$$

Při samotném měření jsem zpoždění τ zanedbal, protože se jedná velmi malou hodnotu, kterou můžeme spočítat následovně

$$\tau = \frac{s}{c} = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-9} s, \quad (6.9)$$

kde s označuje dráhu, kterou paprsek urazí od modulátoru k zrcadlu a zpět do modulátoru. Toto zanedbání si mohu dovolit vzhledem k použité modulační frekvenci, která má hodnotu 49 kHz . Z této hodnoty můžeme určit periodu modulačního napětí pomocí vztahu

$$T_m = \frac{1}{f_m} = \frac{1}{49 \cdot 10^3} \doteq 2 \cdot 10^{-5} s. \quad (6.10)$$

Můžeme si povšimnout, že hodnota zpoždění τ je o čtyři řády menší než-li perioda modulačního napětí. S ohledem na toto zanedbání jsem jako výsledný vztah pro detekovanou intenzitu uvažoval

$$I = \frac{1}{2} I_0 [1 + \cos(2\Gamma_X + 2\Gamma_m \sin \omega_m t)] . \quad (6.11)$$

6.2 Použité přístroje

V této podkapitole jsou uvedeny elektronické přístroje a optické prvky, které jsem použil při měření. Do tabulky 6.1 jsem uvedl jednotlivé výrobce a modely daných přístrojů a optických prvků.

Použitý helium-neonový laser produkuje světlo o vlnové délce $632,8 \text{ nm}$ a jeho výkon je 1 mW .

Dalším použitým prvkem je optický izolátor, který slouží k tomu, aby se paprsek při zpětném odrazu nevracel do laseru a tím neovlivňoval jeho stabilitu. Je složen ze dvou polarizátorů a Faradayova rotátoru.

Tabulka 6.1: Použité přístroje a optické prvky

Přístroj, Optický prvek	Výrobce	Model
Elektrooptický modulátor	Quantum Technology	22-50
Fotodioda	Thorlabs	PDA36A-EC
Generátor	Hewlett Packard	33120A
He-Ne Laser	SIOS Meßtechnik GmbH	SL-03
Lock-in zesilovač	STANFORD RESEARCH SYSTEMS	SR830 DSP
Napěťový zesilovač	Quantum Technology	3050
Optický izolátor	LINUS	ZP54
Paprskový dělič	CVI MELLE GRIOT	
Polarizátor	Quantum Technology	19GLE
Solleil-Babinetův kom- penzátor	Thorlabs	SBC-VIS

Použitý paprskový dělič je nepolarizovaný, tzn. ve stejném poměru propouští lineárně polarizované světlo v ose x i v ose y . To stejné platí pro světlo, které se na paprskovém děliči odráží.

Elektrooptický modulátor, který jsem použil pro měření, je tvořen ze čtyř ADP krystalů o velikosti $3 \times 4,5 \times 50 \text{ mm}^3$ [13]. Tyto krystaly jsou umístěny za sebou a jsou čtyři z toho důvodu, aby samotné měření nebylo ovlivněno změnou teploty. Při změně teploty totiž dochází k mechanické deformaci daných krystalů, ale vzhledem k vhodnému natočení jednotlivých krystalů je teplotní vliv vyrušen. První a druhý krystal jsou umístěny tak, že jejich pomalé osy leží ve stejné rovině, ale jsou vůči sobě natočeny o úhel 180° . To stejné platí i pro třetí a čtvrtý krystal s tím rozdílem, že jejich pomalé osy leží v rovině kolmé na rovinu, ve které leží pomalé osy prvního a druhého krystalu. Podrobnější informace najdeme v [13].

6.3 Popis metody měření

Pro měření pomocí aparatury, sestavené na základě výpočtů, bylo vhodné použít metodu měření zvanou kompenzační metoda. Vycházel jsem z článku [11], ve kterém pro měření fázové retardace použili onu kompenzační metodu. Jak už název metody napovídá, jedná se v podstatě o vykompenzování fázové retardace, způsobené měřeným vzorkem, pomocí napětí, které je přiváděno na elektrody Pockelsových cel v elektrooptickém modulátoru. Tomuto napětí budeme říkat kompenzační napětí a označíme ho V_K . Fázový rozdíl způsobený tímto kompenzačním napětím je dán vztahem

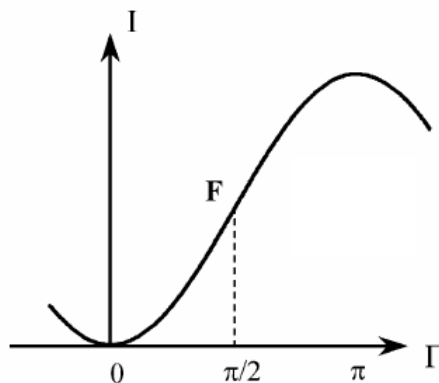
$$\Gamma_K = \pi \frac{V_K}{V_\pi}. \quad (6.12)$$

Fázový rozdíl [12], který budeme kompenzovat, způsobený Solleil-Babinetovým kompenzátozem, lze vypočítat pomocí vztahu

$$\Gamma_X = 2\pi \frac{X}{X_{CAL}}, \quad (6.13)$$

ve kterém X zastupuje hodnotu na displeji mikrometru Solleil-Babinetova kompenzátoru a X_{CAL} je kalibrační vzdálenost, při které dojde na kompenzátoru k fázové retardaci o úhel 2π . Tato kalibrace je podrobněji rozebrána v podkapitole 6.4.

Pro samotné měření je nutné zvolit si výchozí pracovní bod na křivce modulátoru, na který se budeme vracet pomocí kompenzačního napětí. Jako nejvhodnější se jeví bod, který je na obrázku 6.1 označen písmenem F a leží v lineární oblasti pracovní křivky elektrooptického modulátoru.



Obrázek 6.1: Pracovní bod elektrooptického modulátoru [11]

Po přivedení modulačního signálu ne elektrody Pockelsových cel dochází u procházejícího světla ke vzniku vyšších harmonických frekvencí. V našem případě budeme využívat druhou harmonickou frekvenci, která má své minimum intenzity právě v bodě F, nebo-li pracovním bodě elektrooptického modulátoru. Pro zjištění, zda-li se nacházím právě v pracovním bodě, jsem použil přístroj zvaný Lock-in zesilovač, který dokáže s vysokou citlivostí měřit jednotlivé harmonické frekvence. Jak už bylo zmíněno, v pracovním bodě je intenzita druhé harmonické frekvence minimální, tzn., že intenzita první harmonická frekvence je v tomto bodě maximální.

Při kompenzování dvojlomu, způsobeného kompenzátozem, jsem se tedy řídil podle minima intenzity druhé harmonické frekvence. Měření probíhalo tak, že pomocí kompenzátoru jsem dosáhl fázové retardace, která způsobila nárůst intenzity druhé harmonické frekvence. Posléze jsem tuto fázovou retardaci vykompenzoval pomocí změny napětí, které je přiváděno na elektrody Pockelsových cel. Této změně napětí, jak už je výše uvedeno, říkáme kompenzační napětí.

Měření muselo být prováděno rychle, a to z důvodu, že se pracovní křivka modulátoru vyvíjí s časem. Nastavíme-li se do pracovního bodu pomocí čtvrtvlnového napětí a budeme-li sledovat vývoj druhé harmonické frekvence, tak zjistíme, že dochází k samovolnému nárůstu, což by při pomalém měření, myslím tím v řádu minut, způsobilo velkou chybu. Řešením tohoto problému je zpětná vazba k modulátoru, která by automaticky řídila přiváděné napětí a tím zajišťovala to, že se budeme nacházet v pracovním bodě. To ovšem nebylo úkolem mé práce.

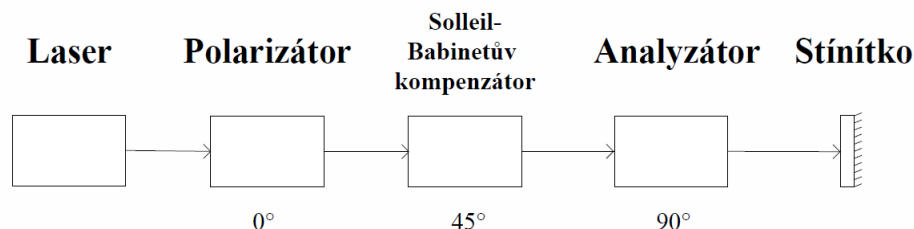
Tato metoda měření může být provedena i bez přítomnosti modulovaného signálu, nicméně v takovém případě dojde k výraznému snížení přesnosti samotného měření. Pokud nedochází k modulaci procházejícího světla, nedojde ani ke vzniku druhé harmonické frekvence, podle které jsme schopni s velkou přesností určit, kde se nachází pracovní bod.

6.4 Kalibrace Solleil-Babinetova kompenzátoru

Před použitím Solleil-Babinetova kompenzátoru v samotném experimentu je třeba provést kalibraci [12], která je popsána níže. Výslednou kalibrační aparaturu můžeme vidět na obrázku 6.2.

Na začátek soustavy umístíme laser o stejné vlnové délce, která bude použita při

samotném experimentu. Dále v soustavě následuje polarizátor, za kterým bude umístěn právě onen Solleil-Babinetův kompenzátor. Dále následuje analyzátor a nakonec kalibrační aparatury umístíme stínítko.



Obrázek 6.2: Schéma aparatury pro kalibraci Solleil-Babinetova kompenzátoru

Máme-li kalibrační aparaturu sestavenou, přistoupíme k zajištění správného natočení polarizátoru a analyzátoru. Abychom toho dosáhli, musíme vyjmout onen kompenzátor. Používáme-li polarizovaný laser, je vhodné natočit polarizátor tak, abychom za ním dosáhli maximální intenzity světla. Dále je třeba nastavit analyzátor tak, abychom dosáhli zkřížení s polarizátorem, tzn. dosáhnout minimální intenzity světla na stínítku.

V dalším kroku vrátíme kompenzátor zpět do kalibrační aparatury a natočíme jej tak, abychom opět dosáhli minimální intenzity světla na stínítku. V tuto chvíli máme v rovině rychlou osu kompenzátoru rovnoběžnou s jednou z os propustnosti polarizátoru či analyzátoru. Nyní je třeba natočit kompenzátor přesně o 45° od této polohy.

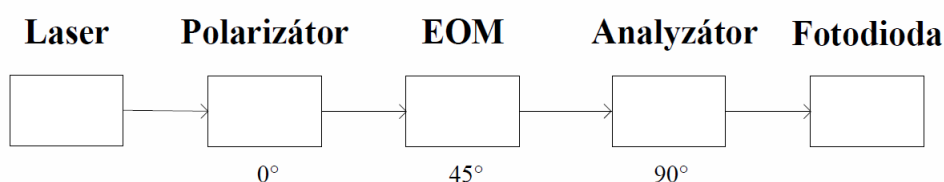
Dále je třeba nastavit mikrometr na kompenzátoru na hodnotu, při které dostaneme na stínítku jedno z minim intenzity. V tuto chvíli mikrometr vynulujeme a pokračujeme s nastavováním mikrometru na hodnotu, při které se dostaneme na další minimum intenzity. Tato hodnota na mikrometru je kalibrační vzdálenost, která odpovídá retardačnímu fázovému posunu právě o 2π , tzn. právě o jednu vlnovou délku.

Při mnou provedené kalibraci Solleil-Babinetova kompenzátoru jsem jako výslednou kalibrační vzdálenost dostal hodnotu

$$X_{CAL} = 16,75 \text{ mm} \quad (6.14)$$

6.5 Měření parametrů elektrooptického modulátoru

K tomu, abych byl schopen vypočítat fázovou retardaci způsobenou elektrooptickým modulátorem, bylo zapotřebí proměřit jeho parametry. V teoretické části je popsáno, že důležitým parametrem modulátoru je půlvlnové napětí, což bylo zapotřebí u mnou použitého elektrooptického modulátoru naměřit. Postupoval jsem následovně. Nejprve bylo třeba sestavit aparaturu, kterou můžeme vidět na obrázku 6.3.



Obrázek 6.3: Schéma aparatury pro pro zjištění parametrů elektrooptického modulátoru

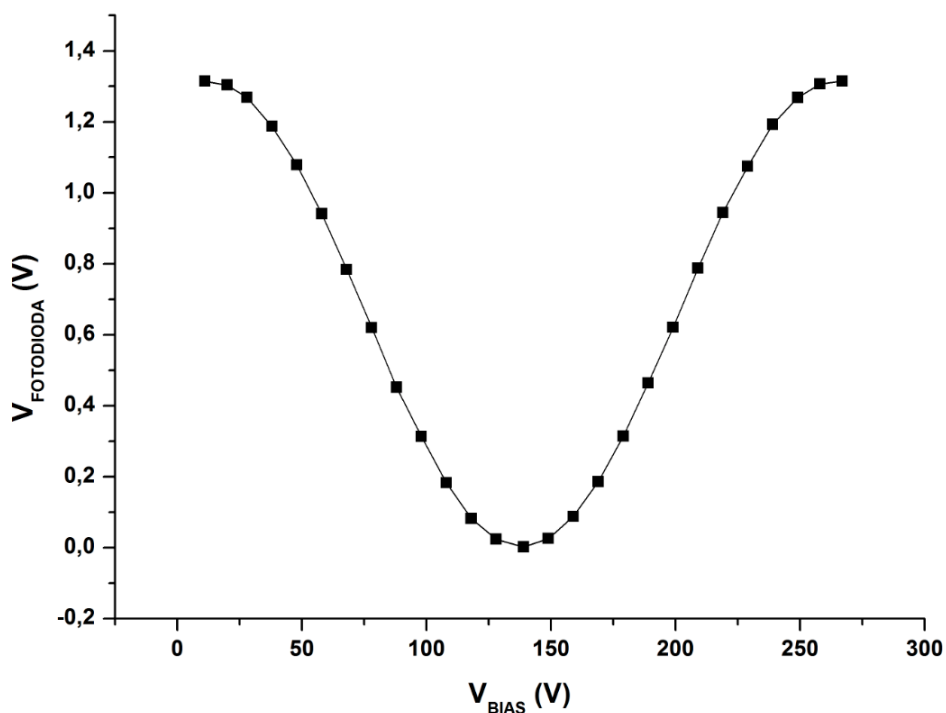
Dále bylo třeba natočit polarizátor a analyzátor pod uvedenými úhly, tzn. 0° a 90° . To provedeme stejným postupem, který jsme použili v předchozím případě u kalibrace Solleil-Babinetova kompenzátoru.

Po sestavení této aparatury jsem přistoupil k proměření pracovní křivky modulátoru, z které jsem byl posléze schopen určit ono půlvlnové napětí. Závislost intenzity světla detekovaného fotodiodou na stejnosměrném napětí přivedeném na elektrody Pockelsových cel můžeme vidět na obrázku 6.4. Detekovaná intenzita prošlého světla je na fotodiodě převedena na napětí.

Naměřené hodnoty napětí, které je přivedeno na elektrody Pockelsových cel, pro maximální procházející intenzitu jsou 11 V a 267 V . Pro intenzitu minimální jsem naměřil hodnotu 139 V . Rozdílem těchto hodnot získáme půlvlnové napětí elektrooptického modulátoru, jehož hodnota je

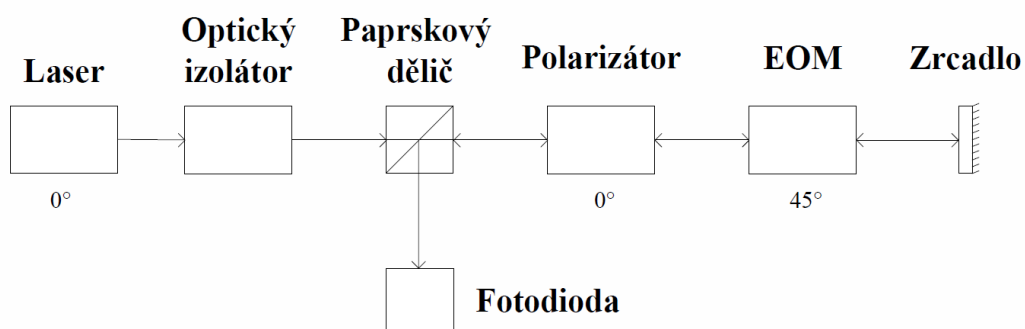
$$V_\pi = 128\text{ V} . \quad (6.15)$$

Tato hodnota půlvlnového napětí je potřeba pro výpočet fázové retardace způsobené samotným elektrooptickým modulátorem.



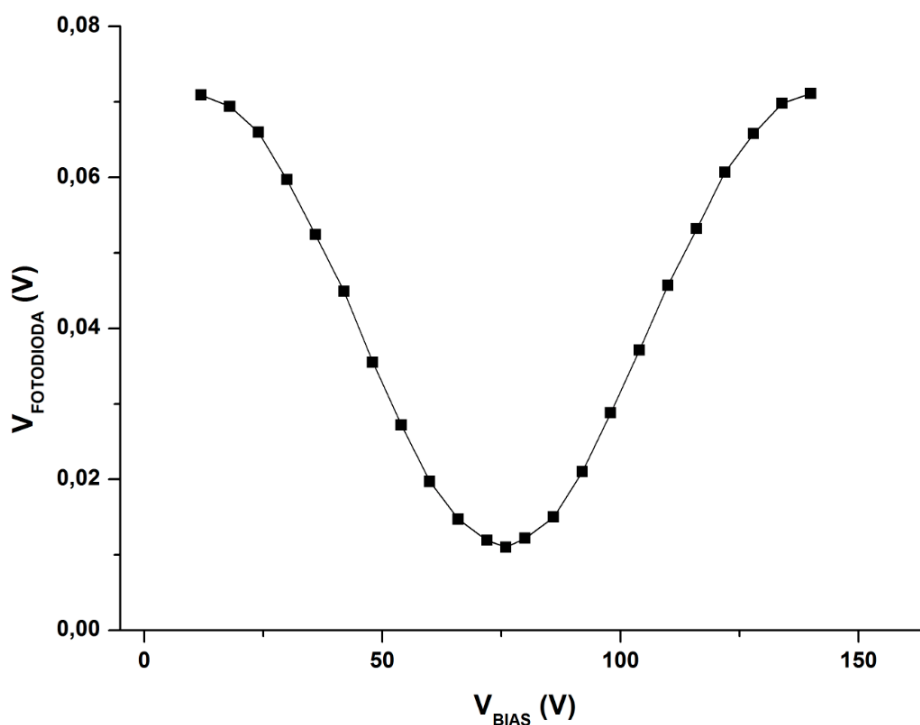
Obrázek 6.4: Závislost prošlé intenzity světla na napětí na Pocklesových celách při jednoduchém průchodu

Dále jsem prověřil chování elektrooptického modulátoru při zpětném průchodu laserového paprsku. Schéma aparatury pro proměření pracovní křivky modulátoru se zpětným průchodem paprsku je znázorněno na obrázku 6.5. Tento paprsek tedy prochází modulátorem dvakrát, tzn. dochází k dvojité fáze retardaci. Z toho plyne, že půlvlnové napětí by mělo být poloviční oproti jednoduchému průchodu.



Obrázek 6.5: Schéma aparatury pro pro zjištění parametrů elektrooptického modulátoru při zpětném průchodu

Závislost intenzity světla na napětí přivedeném na elektrody Pockelsových cel můžeme vidět na obrázku 6.6. Naměřené hodnoty napětí pro maximální detekovanou intenzitu jsou 12 V a 140 V. Pro minimální intenzitu má tato hodnota napětí velikost 76 V. Rozdíl mezi těmito hodnotami napětí je 64 V, což potvrzuje, že při zpětném průchodu modulátorem je původní napětí poloviční.



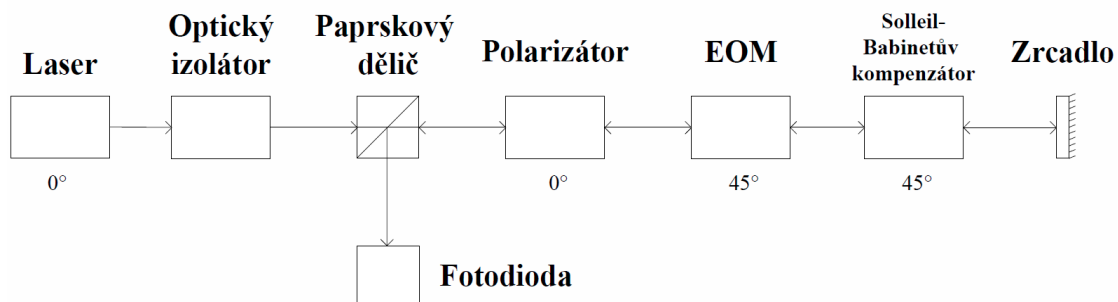
Obrázek 6.6: Závislost prošlé intenzity světla na napětí na Pocklesových celách při zpětném průchodu

6.6 Aparatura pro měření dvojlomu

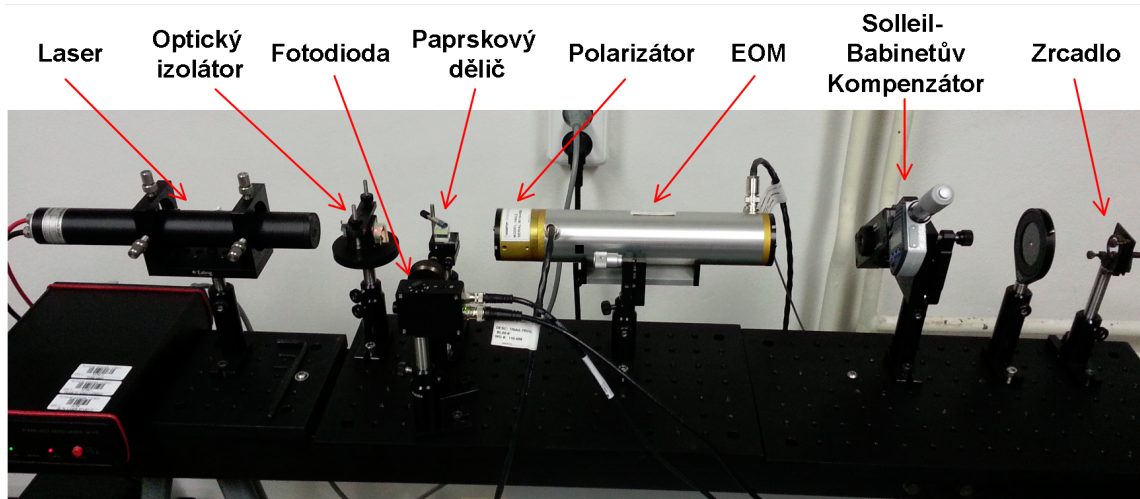
V této podkapitole je uvedeno schéma aparatury, kterou jsem použil při samotném měření fázové retardace způsobené vzorkem, což byl v mém případě Solleil-Babinetovům kompenzátořem. Toto schéma můžeme vidět na obrázku 6.7.

Dále jsem do této podkapitoly umístil reálnou fotografii sestavené aparatury, kterou můžeme vidět v obrázku 6.8. Můžeme si povšimnout, že použitý polarizátor je součástí elektrooptického modulátoru, což je z toho důvodu, že oba optické prvky jsou od stejného výrobce a v této podobě se daný modulátor dodává. Dále můžeme vidět, že součástí

aparatury je také optická iris, která slouží k odfiltrování nežádoucích světelných paprsků, které vznikají difrací světla na použitých optických prvcích.



Obrázek 6.7: Schéma měřicí aparatury



Obrázek 6.8: Fotografie měřicí aparatury

6.7 Výsledky měření

Dostáváme se k jedné z hlavních částí bakalářské práce, kterou jsou výsledky samotného měření. Měření jsem provedl pomocí kompenzační metody popsané v podkapitole 6.3 a výsledky umístil do tabulky 6.2. V prvním sloupci tabulky jsou hodnoty, které jsem nastavil pomocí mikrometru na Solleil-Babinetově kompenzátoru. Tyto hodnoty jsou ovlivněny chybou o velikosti $\sigma_X = 0,001 \text{ mm}$. V druhém sloupci tabulky jsou uvedeny naměřené hodnoty kompenzačního napětí, jejichž velikost je závislá na hodnotě

mikrometru u kompenzátoru. Hodnoty kompenzačního napětí jsou naměřeny s přesností $\sigma_{V_K} = 0,01 V$.

Pro výpočet fázové retardace způsobené Solleil-Babinetovým kompenzátozem využijeme vztah (6.13). Pro určení chyby této retardace využijeme vztah

$$\sigma_{\Gamma_X} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{X_{CAL}} \sigma_X\right)^2 + \left(-\frac{2\pi X}{X_{CAL}^2} \sigma_{X_{CAL}}\right)^2}, \quad (6.16)$$

ve kterém je chyba kalibrační vzdálenosti $\sigma_{X_{CAL}}$ shodná s chybou σ_X

K vypočtení fázové retardace, které jsem dosáhl pomocí kompenzačního napětí, využijeme vztah (6.12) a pro výpočet chyby využijeme vztahu

$$\sigma_{\Gamma_K} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{V_\pi} \sigma_{V_K}\right)^2 + \left(-\frac{\pi V_K}{V_\pi^2} \sigma_{V_\pi}\right)^2}, \quad (6.17)$$

ve kterém má chyba půlvlnového napětí hodnotu $\sigma_{V_\pi} = 1 V$.

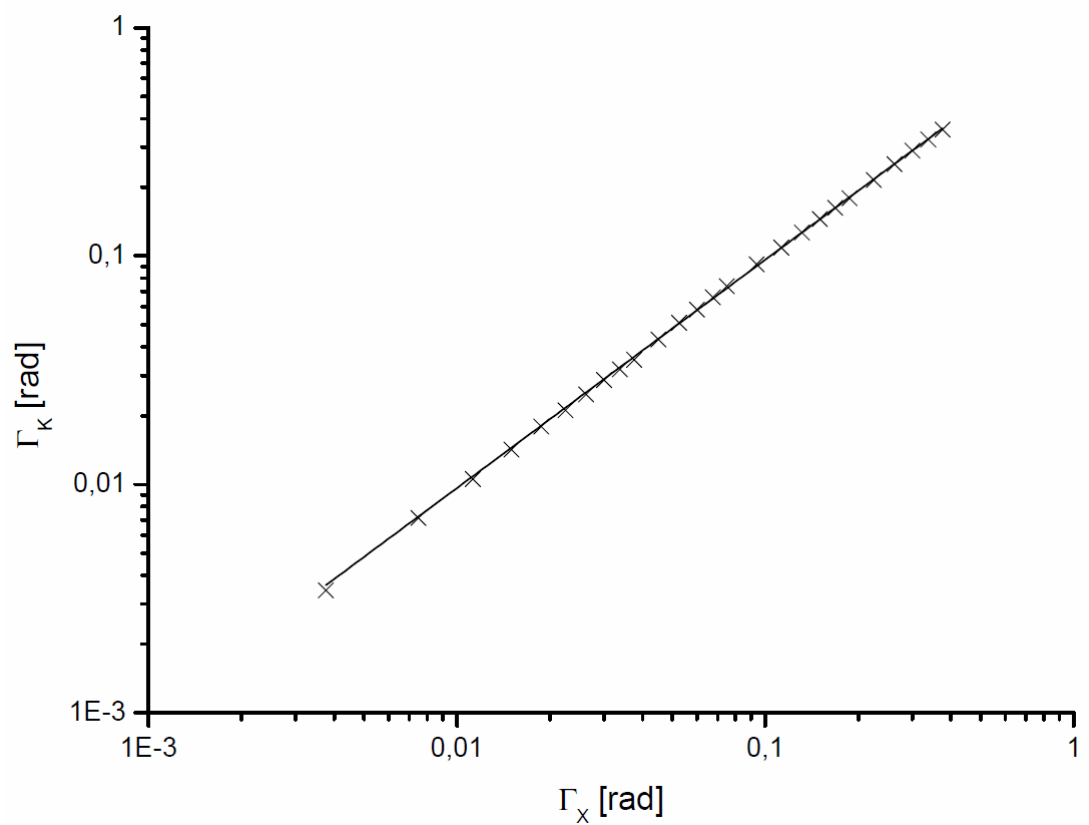
Ve výše uvedených vzorcích pro výpočet chyb vzniklých při měření jsou zahrnuty chyby, které byly způsobeny použitými přístroji. Měření může být ovlivněno celou řadou dalších chyb, kterými mohou být např. nedokonalé natočení jednotlivých optických prvků nebo to, že paprsek neprochází dokonale kolmo daným optickým prvkem. Určení těchto chyb přesahuje rozsah této práce. Danou problematikou se zabývá článek [14].

Vypočítané hodnoty v tabulce 6.2 jsou vyneseny do grafu, který můžeme vidět na obrázku 6.9, jako závislost fázové retardace, způsobené kompenzačním napětím, na fázové retardaci nastavené na kompenzátoru. Můžeme si povšimnout, že jsem zvolil logaritmické měřítko. Je to z důvodu přehlednosti, jinak by hodnoty fázových retardací byli příliš nahuštěny vedle sebe. Dále jsem hodnoty v grafu proložil lineární regresí.

Citlivost metody je vyjádřena nejnižší hodnotou dvojlomu, který jsem byl schopen změřit s ohledem na stabilitu elektrooptického modulátoru a vývoj pracovní křivky v čase, tzn. $(0,0034 \pm 0,0002) rad$. Opakovatelnost metody měření je závislá na použitém Solleil-Babinetově kompenzátoru, jehož hodnota opakovatelnosti má velikosti $0,001\lambda$ pro použitý laser o vlnové délce $\lambda = 632,8 nm$ [12]. Výrobce uvádí, že tato hodnota opakovatelnosti není konstantní, tzn. závisí na použitém kusu. V mém případě jsem mohl použít nižší hodnotu opakovatelnosti. Hodnota Pearsonova korelačního koeficientem r pro proloženou lineární regresí je 0,99996. Tento koeficient udává míru linearitu, tzn. rovná-li se jedné, jedná se o přímku.

Tabulka 6.2: Naměřené a vypočtené hodnoty

$X [mm]$	$V_K [V]$	$\Gamma_X [rad]$	$\Gamma_K [rad]$
0,01	0,14	$0,0038 \pm 0,0004$	$0,0034 \pm 0,0002$
0,02	0,29	$0,0075 \pm 0,0004$	$0,0071 \pm 0,0003$
0,03	0,43	$0,0113 \pm 0,0004$	$0,0106 \pm 0,0003$
0,04	0,58	$0,0150 \pm 0,0004$	$0,0142 \pm 0,0003$
0,05	0,73	$0,0188 \pm 0,0004$	$0,0179 \pm 0,0003$
0,06	0,86	$0,0225 \pm 0,0004$	$0,0211 \pm 0,0003$
0,07	1,01	$0,0263 \pm 0,0004$	$0,0248 \pm 0,0003$
0,08	1,17	$0,0300 \pm 0,0004$	$0,0287 \pm 0,0003$
0,09	1,30	$0,0338 \pm 0,0004$	$0,0319 \pm 0,0003$
0,10	1,43	$0,0375 \pm 0,0004$	$0,0351 \pm 0,0003$
0,12	1,76	$0,0450 \pm 0,0004$	$0,0432 \pm 0,0003$
0,14	2,08	$0,0525 \pm 0,0004$	$0,0511 \pm 0,0003$
0,16	2,37	$0,0600 \pm 0,0004$	$0,0582 \pm 0,0003$
0,18	2,69	$0,0675 \pm 0,0004$	$0,0660 \pm 0,0003$
0,20	3,01	$0,0750 \pm 0,0004$	$0,0739 \pm 0,0003$
0,25	3,75	$0,0938 \pm 0,0004$	$0,0920 \pm 0,0003$
0,30	4,44	$0,1125 \pm 0,0004$	$0,1090 \pm 0,0003$
0,35	5,17	$0,1313 \pm 0,0004$	$0,1269 \pm 0,0003$
0,40	5,92	$0,1500 \pm 0,0004$	$0,1453 \pm 0,0004$
0,45	6,63	$0,1688 \pm 0,0004$	$0,1627 \pm 0,0004$
0,50	7,30	$0,1876 \pm 0,0004$	$0,1792 \pm 0,0004$
0,60	8,78	$0,2251 \pm 0,0004$	$0,2155 \pm 0,0004$
0,70	10,32	$0,2626 \pm 0,0004$	$0,2532 \pm 0,0004$
0,80	11,79	$0,3000 \pm 0,0005$	$0,2894 \pm 0,0004$
0,90	13,20	$0,3376 \pm 0,0005$	$0,3240 \pm 0,0005$
1,00	14,58	$0,3751 \pm 0,0005$	$0,3603 \pm 0,0005$



Obrázek 6.9: Závislost měřené fázové retardace na retardaci způsobené kompenzátorem

7 Závěr

Práce byla věnována přípravě nové metody měření dvojlomu s využitím elektrooptického modulátoru. Všechny zadání úkoly byly v této práci splněny. Na základě získaných znalostí, obsažených v teoretické části, jsem byl schopen provést výpočty, podle kterých jsem navrhl optimální uspořádání experimentální aparatury. Výpočty jsem provedl pomocí Jonesova formalismu a ověřením výsledků i pomocí Stokesova formalismu a Mullerových matic. Výpočet detekované intenzity světla pro použité uspořádání je uveden v experimentální části.

Měření dvojlomu probíhalo kompenzační metodou a jako měřený vzorek byl použit Solleil-Babinetův kompenzátor, který umožňuje manuální nastavení dvojlomu. Pro výpočet dvojlomu způsobeného kompenzátozem jsem provedl kalibraci, ze které jsem získal potřebnou kalibrační vzdálenost. Dále jsem proměřil parametry elektrooptického modulátoru, ze kterých jsem určil hodnotu půlvlnového napětí. Tuto hodnotu jsem použil pro výpočet dvojlomu z naměřených hodnot kompenzačního napětí. Výsledky spolu s chybami jsem shrnul do tabulky a závislost měřeného dvojlomu na dvojlomu způsobeného kompenzátozem jsem vyjádřil grafem.

Použitá metoda je schopna měřit dvojlom s přesností v řádu 10^{-3} rad . Tato přesnost metodu neřadí mezi jednu z nejpřesnějších s ohledem na jiné metody měření dvojlomu, nicméně výhodou použité metody je její robustnost a nenáročnost na počet použitých prvků. Vzhledem ke zpětnému průchodu paprsku není zapotřebí použití dvou polarizátorů, postačující je použití pouze jednoho. Další výhodou použité metody je to, že by dovolovala měřit materiály v komorách, které by byli nepřístupné.

Na tuto bakalářskou práci bude navazovat snaha o zpřesnění měření dvojlomu s využitím optické kavity. Pokud by kavita byla vyplněna plynem a vystavena působení vnějšího magnetického pole, docházelo by při průchodu paprsku k velmi slabému dvojlomu. Páprsek by kavitou neprocházel dvakrát, jako v případě mnou použité metody, ale jednalo by se o vícenásobný průchod v řádu 10^4 .

Literatura

- [1] Mark, C. Douglas. *Residual Stress Birefringence in Optical Materials*. Hinds Instrument, Inc., 30th November 2011, [cit. 12. května 2013], URL: <http://www.hindsinstruments.com/wp-content/uploads/White-Paper-Residual-Stress-Birefringence-in-Optical-Materials.pdf>).
- [2] MALÝ, Petr. *Optika*. Vyd. 1. Praha: Karolinum, 2008, ISBN: 978-80-246-1342-0.
- [3] HECHT, E. – ZAJAC, A. *Optics*. 4th ed. San Francisco: Addison-Wesley Publishing Company, 2002, ISBN: 03-211-8878-0.
- [4] SALEH, B. E. A. – TEICH, M. C. *Základy fotoniky I, II*. Vyd. 1. Praha: Matfyzpress, 1994, ISBN: 80-85863-00-6
- [5] LOHSE, Thomas. *Jones Vectors and Stokes Parametrs* [online]. Humboldt University, Berlin, Germany, 14th April 2005, [cit. 22. února 2013], URL: <https://ms2.physik.hu-berlin.de/lohse/polarization/stokes.pdf>).
- [6] BORN, Max. – WOLF, Emil. *Principles of Optics*. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, ISBN: 0-521-64222-1.
- [7] BASS, M. *Handbook of optics, Volume II - Devices, Measurements and Properties*. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1995, ISBN: 0-07-047740-7.
- [8] MIKŠ, A. *Fyzika 3*. Vyd. 1, Praha: Nakladatelství ČVUT, 2008 , 115 stran, ISBN: 9788001040003.
- [9] BASS, M. – MAHAJAN, N. Virendra. *Handbook of Optics: Volume V – Atmospheric Optics, Modulators, Fiber Optics, X-Ray and Neutron Optics*. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, c2010, ISBN: 9780071633130.
- [10] PASCHOTTA, R. *Encyclopedia of laser physics and technology*. 2nd ed. Weinheim: Wiley-VCH, c2008, ISBN: 35-274-0828-2.
- [11] BENKELFAT, Bard-Eddine. – HORACHE, El-Houssine. – ZOU, Qin. – VINOUZE, Bruno. *An electro-optic modulation technique for direct and accu-*

- rate measurement of birefringence*. 12th May 2003, [cit. 25. dubna 2013], URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018\(03\)01539-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0030-4018(03)01539-6).
- [12] THORLABS. *SBC-VIS and SBC-IR Soleil-Babinet compensator user guide*. REV D, 27th August 2012.
- [13] QUANTUM TECHNOLOGY. *Instruction manual for model 22-50 EO Modulator and model 3050 Driver*. REV 24th September 2004.
- [14] LEE, S. Y. – LIN, J. F. – LO, Y. L. *Measurements of phase retardation and principal axis angle using an electro-optic modulated Mach-Zehnder interferometr*. 1st February 2004, [cit. 10. května 2013], URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlaseng.2004.09.011>.

Přílohy

Přiložené CD

Obsahem přiloženého CD je elektronická podoba bakalářské práce ve formátu PDF. Dále je obsahem tohoto CD bakalářská práce ve zdrojovém kódu editoru TEX spolu se všemi použitými obrázky.